

Действителен: с 28.05.2026 по 28.08.2027

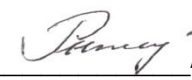
8.207 «Российский новый университет»

Елец
2026 год

Одобрена
предметной (цикловой)
комиссией общеобразовательных
дисциплин

Разработана на основе ФГОС СПО по специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям), утвержденного приказом Министерства просвещения РФ от 24.06.2024 г. N 437 по дисциплине Математика, с учетом Федеральной образовательной программы среднего общего образования, утвержденной 18.05.2023 г., примерной программы СОО Математика, одобренной решением Федерального УМО по общему образованию (протокол 8/22 от 11.10.2022 г.), примерной рабочей программы общеобразовательной дисциплины «Математика» для профессиональных образовательных организаций, утвержденной на заседании Совета по оценке содержания и качества примерных рабочих программ общеобразовательного и социально-гуманитарного циклов среднего профессионального образования ФГБОУ ДПО ИРПО (протокол № 14 от 30 ноября 2022 г.)

Протокол № 5
от «28» 01 2026 г.
Председатель предметной
(цикловой) комиссии
 / С.В. Толоконников

Начальник отделения СПО
 Т.О.В. Рыжкова

Составитель (автор):  / пр. С.В. Толоконников

Рецензент: Токарева Екатерина Сергеевна, преподаватель математических и естественно-научных дисциплин ЕТЖТ – филиал РГУПС

1. НАИМЕНОВАНИЕ И ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Программа общеобразовательной учебной дисциплины Математика предназначена для изучения математики в профессиональных образовательных организациях, реализующих образовательную программу среднего общего образования в пределах освоения образовательной программы СПО на базе основного общего образования.

Программа разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 38.02.01 ЭКОНОМИКА И БУХГАЛТЕРСКИЙ УЧЕТ (ПО ОТРАСЛЯМ) (приказ Минобрнауки России от 24.06.2024 г. № 437) по дисциплине Математика, с учетом Федеральной образовательной программы среднего общего образования, утвержденной 18.05.2023 г., примерной программы СОО Математика, одобренной решением Федерального УМО по общему образованию (протокол № 8/22 от 11.10.2022 г.), примерной рабочей программы общеобразовательной дисциплины Математика для профессиональных образовательных организаций, утвержденной на заседании Совета по оценке содержания и качества примерных рабочих программ общеобразовательного и социально-гуманитарного циклов среднего профессионального образования ФГБОУ ДПО ИРПО (протокол № 14 от 30 ноября 2022г.).

Учебная дисциплина Математика является учебным предметом обязательной предметной области «Естественно-научные предметы» ФГОС среднего общего образования. Учебная дисциплина Математика изучается в цикле общеобразовательной подготовки в разделе профильных дисциплин учебного плана ОП на базе основного общего образования с получением среднего общего образования. В учебных планах учебная дисциплина Математика входит в состав общих обязательных для освоения общеобразовательных учебных дисциплин ФГОС среднего общего образования.

Целями математического образования в системе среднего общего образования являются:

1. Формирование универсальных учебных познавательных действий в части базовых логических действий.

- выявлять качества, свойства, характеристики математических объектов;
- различать свойства и признаки объектов;
- сравнивать, упорядочивать, классифицировать числа, величины, выражения, формулы, графики, геометрические фигуры и другие;
- устанавливать связи и отношения, проводить аналогии, распознавать зависимости между объектами;
- анализировать изменения и находить закономерности;
- формулировать и использовать определения понятий, теоремы; выводить следствия, строить отрицания, формулировать обратные теоремы;
- использовать логические связки «и», «или», «если ..., то ...»;
- обобщать и конкретизировать; строить заключения от общего к частному и от частного к общему;

- использовать кванторы «все», «всякий», «любой», «некоторый», «существует»; приводить пример и контрпример;
- различать, распознавать верные и неверные утверждения;
- выражать отношения, зависимости, правила, закономерности с помощью формул;
- моделировать отношения между объектами, использовать символьные и графические модели;
- воспроизводить и строить логические цепочки утверждений, прямые и от противного;
- устанавливать противоречия в рассуждениях;
- создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;
- применять различные методы, инструменты и запросы при поиске и отборе информации или данных из источников с учетом предложенной учебной задачи и заданных критериев.

2. Формирование универсальных учебных познавательных действий в части базовых исследовательских действий.

- формулировать вопросы исследовательского характера о свойствах математических объектов, влиянии на свойства отдельных элементов и параметров; выдвигать гипотезы, разбирать различные варианты; использовать пример, аналогию и обобщение;
- доказывать, обосновывать, аргументировать свои суждения, выводы, закономерности и результаты;
- дописывать выводы, результаты опытов, экспериментов, исследований, используя математический язык и символику;
- оценивать надежность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

3. Формирование универсальных учебных познавательных действий в части работы с информацией.

- использовать таблицы и схемы для структурированного представления информации, графические способы представления данных;
- переводить вербальную информацию в графическую форму и наоборот;
- выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения учебной или практической задачи;
- распознавать неверную информацию, данные, утверждения; устанавливать противоречия в фактах, данных;
- находить ошибки в неверных утверждениях и исправлять их;
- оценивать надежность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

4. Формирование универсальных учебных коммуникативных действий.

- выстраивать и представлять в письменной форме логику решения задачи, доказательства, исследования, подкрепляя пояснениями, обоснованиями в текстовом и графическом виде;
- владеть базовыми нормами информационной этики и права, основами информационной безопасности, определяющими правила общественного поведения,

формы социальной жизни в группах и сообществах, существующих в виртуальном пространстве;

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении конкретной проблемы, в том числе при создании информационного продукта;

- принимать цель совместной информационной деятельности по сбору, обработке, передаче, формализации информации;

- коллективно строить действия по ее достижению: распределять роли, договариваться, обсуждать процесс и результат совместной работы;

- выполнять свою часть работы с информацией или информационным продуктом, достигая качественного результата по своему направлению и координируя свои действия с другими членами команды;

- оценивать качество своего вклада в общий информационный продукт по критериям, самостоятельно сформулированным участниками взаимодействия.

5. Формирование универсальных учебных регулятивных действий.

- удерживать цель деятельности;

- планировать выполнение учебной задачи, выбирать и аргументировать способ деятельности;

- корректировать деятельность с учетом возникших трудностей, ошибок, новых данных или информации;

- анализировать и оценивать собственную работу: меру собственной самостоятельности, затруднения, дефициты, ошибки и другое.

Развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятие решений, лидерских качеств обеспечивается чтением лекций, проведением занятий с применением активных методов обучения, содержание которых разработано с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей.

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В результате освоения дисциплины обучающийся по программе спо по специальности должен:

- Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам; (ОК 01.)

Знать:

- базовые логические действия;

- методы доказательств, алгоритмы решения задач;

- основные понятия математического анализа и их свойства;

- основные понятия о плоских и пространственных геометрических фигурах и их свойства;

- процессы и явления, имеющие вероятностный характер;

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике;
- применение математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе

Уметь:

- распознавать задачу и/или проблему в профессиональном и/или социальном контексте;
- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы;
- составить план действия;
- определить необходимые ресурсы;
- владеть актуальными методами работы в профессиональной и смежных сферах;
- реализовывать составленный план;
- оценивать результат и последствия своих действий.

- Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях; (ОК 03.)

Знать:

- нравственные нормы и ценности;
- математические методы для анализа и исследования процессов и явлений в природе и обществе;
- основные принципы самоорганизации и самоконтроля;
- приемы рефлексии для оценки ситуации, выбора верного решения;
- коммуникативные нормы общения для обмена информацией и совместной работы в команде.

Уметь:

- самостоятельно осуществлять познавательную деятельность;
- выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- самостоятельно составлять план решения проблемы с учетом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений;
- давать оценку новым ситуациям;
- находить способы формирования и проявления широкой эрудиции в разных областях знаний;
- постоянно повышать свой образовательный и культурный уровень;
- оценивать риски и своевременно принимать решения по их снижению.

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ НА КОНТАКТНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ (ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ) И НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единицы (288 час.).

Вид учебной работы	Объем часов
Максимальная учебная нагрузка (всего):	288
Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего)	272
в том числе:	
Лекционные занятия (Лек)	140
Практические занятия (Пр)	126
Контрольные работы (КоР)	0,3
Консультации (Конс)	2
Экзамен (Э)	0,4
Текущие консультации (ТКонс)	3,3
Самостоятельная работа обучающегося (всего)	0,4
Внеаудиторная самостоятельная работа	15,6

**Распределение учебного времени по темам и видам учебных занятий
очная форма обучения**

№	Наименование разделов, тем учебных занятий	Всего часов	Контактная работа с преподавателем							Сам. раб	Формируемы е результаты обучения
			Всего	Лек	Пр	Э	Кон с	КоР	ТКонс		
1 семестр											
Раздел 1. Повторение курса математики основной школы											
1	Цели и задачи математики при освоении специальности. Числа и вычисления	8	8	4	4						ОК 01, ОК 03

2	Уравнения и неравенства	4	4	2	2						
3	Процентные вычисления в профессиональных задачах	4	4	2	2						
4	Решение задач	4	4	2	2						
5	Геометрия на плоскости	4	4	2	2						
6	Входной контроль	2	2		2						
Раздел 2. Прямые и плоскости в пространстве координаты и векторы в пространстве											
7	Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей	6	6	4	2						
8	Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей	8	8	4	4						
9	Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей	4	4	2	2						
10	Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах	4	4	2	2						
11	Координаты и векторы в пространстве	4	4	2	2						
12	Прямые и плоскости в практических задачах	4	4	2	2						

ОК 01, ОК 03

13	Решение задач. Прямые и плоскости, координаты и векторы в пространстве	4	4	2	2						
Раздел 3. Основы тригонометрии. тригонометрические функции											
14	Тригонометрические функции произвольного угла, числа	6	6	4	2						OK 01, OK 03
15	Основные тригонометрические тождества	4	4	2	2						
16	Тригонометрические функции, их свойства и графики	6	6	2	4						
17	Обратные тригонометрические функции	4	4	2	2						
18	Тригонометрические уравнения и неравенства	10	10	4	6						
19	Решение задач. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции	4	4	2	2						
Раздел 4. Производная и первообразная функции											
20	Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования	4	4	2	2						OK 01, OK 03
21	Понятие о непрерывности функции. Метод интервалов	4	4	2	2						
22	Геометрический и физический смысл производной	4	4	2	2						
23	Контрольная работа	2	2					0,3	1,7		

2 семестр											
24	Монотонность функции. Точки экстремума	4	4	2	2						ОК 01, ОК 03
25	Исследование функций и построение графиков	4	4	2	2						
26	Наибольшее и наименьшее значения функции	8	8	4	4						
27	Первообразная функции. Правила нахождения первообразных	6	6	4	2						
28	Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница	6	6	2	4						
29	Решение задач. Производная и первообразная функции	6	6	4	2						
Многогранники и тела вращения											
30	Призма, параллелепипед, куб, пирамида и их сечения	8	8	4	4						ОК 01, ОК 03
31	Правильные многогранники в жизни	6	6	4	2						
32	Цилиндр, конус, шар и их сечения	12	12	6	6						
33	Объемы и площади поверхностей тел	10	10	6	4						
34	Примеры симметрий в профессии	6	6	4	2						

35	Решение задач. Многогранники и тела вращения	4	4	2	2						
Степени и корни. Степенная, показательная и логарифмическая функция											
36	Степенная функция, её свойства Преобразование выражений с корнями n-ой степени	6	6	4	2						OK 01, OK 03
37	Свойства степени с рациональным и действительным показателями	6	6	4	2						
38	Решение иррациональных уравнений	4	4	2	2						
39	Показательная функция, ее свойства. Показательные уравнения и неравенства	14	14	8	6						
40	Логарифм числа. Свойства логарифмов	4	4	2	2						
41	Логарифмическая функция, её свойства. Логарифмические уравнения и неравенства	10	10	6	4						
42	Логарифмы в природе и технике	4	4	2	2						
43	Решение задач. Степенная, показательная и логарифмическая функции	4	4	2	2						
Элементы теории вероятностей и математической статистики											
44	Событие, вероятность события. Сложение и	6	6	4	2						OK 01, OK 03

	умножение вероятностей										
45	Вероятность в профессиональных задачах	4	4	2	2						
46	Дискретная случайная величина, закон её распределения	4	4	2	2						
47	Задачи математической статистики	6	6	4	2						
48	Элементы теории вероятностей и математической статистики	8	8	2	6						
49	Промежуточная аттестация (экзамен)	4	4			0,4	2		1,6		

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ)

Тема 1. Цели и задачи математики при освоении специальности. Числа и вычисления

Базовые знания и умения по математике в профессиональной и повседневной деятельности. Действия над положительными и отрицательными числами, с обыкновенными и десятичными дробями. Действия со степенями, формулы сокращенного умножения.

Тема 2. Уравнения и неравенства

Линейные, квадратные, дробно-линейные уравнения и неравенства.

Тема 3. Процентные вычисления в профессиональных задачах

Простые проценты, разные способы их вычисления. Сложные проценты. Простые и сложные проценты. Процентные вычисления в профессиональных задачах.

Тема 4. Решение задач

Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства

Тема 5. Геометрия на плоскости

Решение задач по теме: «Геометрия на плоскости».

Тема 6. Входной контроль

Входной контроль.

Тема 7. Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей

Предмет стереометрии. Основные понятия (точка, прямая, плоскость, пространство). Основные аксиомы стереометрии. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Основные пространственные фигуры.

Тема 8. Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей

Параллельные прямая и плоскость. Определение. Признак. Свойства (с доказательством). Параллельные плоскости. Определение. Признак. Свойства (с доказательством).

Тетраэдр и его элементы. Параллелепипед и его элементы. Свойства противоположных граней и диагоналей параллелепипеда. Построение основных сечений. Решение задач.

Тема 9. Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей

Перпендикулярные прямые. Параллельные прямые, перпендикулярные и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости

Тема 10. Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах

Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. Перпендикулярные плоскости. Расстояние в пространстве.

Тема 11. Координаты и векторы в пространстве

Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве. Расстояние между двумя точкам. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Скалярное произведение векторов. Простейшие задачи в координатах.

Тема 12. Прямые и плоскости в практических задачах

Взаимное расположение прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей. Расположение прямых и плоскостей в окружающем мире. (природе, архитектуре, технике). Решение практико-ориентированных задач.

Тема 13. Решение задач. Прямые и плоскости, координаты и векторы в пространстве

Расположение прямых и плоскостей в пространстве. Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей. Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Координаты вектора.

Тема 14. Тригонометрические функции произвольного угла, числа

Радианная и градусная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Знаки синуса косинуса, тангенса и котангенса по четвертям. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла

Тема 15. Основные тригонометрические тождества

Тригонометрические тождества. Преобразования простейших тригонометрических выражений. Синус, косинус, тангенс и котангенс углов α и $-\alpha$.

Тема 16. Тригонометрические функции, их свойства и графики

Область определения и множество значений тригонометрических функций. Чётность, нечётность, периодичность тригонометрических функций. Свойства и графики функций $y=\cos x$, $y=\sin x$, $y=\operatorname{tg} x$, $y=\operatorname{ctg} x$. Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций. Преобразование графиков тригонометрических функций

Тема 17. Обратные тригонометрические функции

Обратные тригонометрические функции. Их свойства и графики

Тема 18. Тригонометрические уравнения и неравенства

Уравнение $\cos x = a$. Уравнение $\sin x = a$. Уравнение $\operatorname{tg} x = a$. Уравнение $\operatorname{ctg} x = a$. Решение тригонометрических уравнений, простейшие тригонометрические неравенства.

Решение тригонометрических уравнений, сводящихся к квадратным, решаемые разложением на множители, однородные тригонометрических уравнения. Простейшие тригонометрические неравенства.

Тема 19. Решение задач. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции

Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений. Решение тригонометрических неравенств

Тема 20. Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования

Приращение аргумента. Приращения функции. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Алгоритм отыскания производной. Формулы дифференцирования. Правила дифференцирования.

Тема 21. Понятие о непрерывности функции. Метод интервалов

Понятие непрерывной функции. Свойства непрерывной функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции в точке. Алгоритм решения неравенств методом интервалов.

Тема 22. Геометрический и физический смысл производной

Геометрический смысл производной функции – угловой коэффициент касательной к графику функции. Уравнение касательной к графику функции. Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции $y = f(x)$.

Тема 23. Контрольная работа

Решение конкретной практической задачи для установления степени усвоения изучаемого материала студентом.

См. приложение 1 «Контрольная работа»

Тема 24. Монотонность функции. Точки экстремума

Возрастание и убывание функции, соответствие возрастания и убывания функции знаку производной. Задачи на максимум и минимум. Понятие асимптоты, способы их определения. Алгоритм исследования функции и построения её графика с помощью производной.

Тема 25. Исследование функций и построение графиков

Исследование функции на монотонность и построение графика.

Тема 26. Наибольшее и наименьшее значения функции

Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций, построение графиков многочленов с использованием аппарата математического анализа. Наибольшее и наименьшее значение функции

Тема 27. Первообразная функции. Правила нахождения первообразных

Ознакомление с понятием интеграла и первообразной для функции $y = f(x)$. Решение задач на связь первообразной и ее производной, вычисление первообразной для данной функции.

Таблица формул для нахождения первообразных. Изучение правила вычисления первообразной.

Тема 28. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла – о вычислении площади криволинейной трапеции, о перемещении точки. Понятие определенного интеграла. Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.

Тема 29. Решение задач. Производная и первообразная функции

Формулы и правила дифференцирования. Исследование функции с помощью производной

Наибольшее и наименьшее значение функции. Вычисление первообразной. Применение первообразной.

Тема 30. Призма, параллелепипед, куб, пирамида и их сечения

Призма (наклонная, прямая, правильная) и ее элементы. Параллелепипед, свойства прямоугольного параллелепипеда. Куб. Пирамида и ее элементы. Правильная пирамида.

Тема 31. Правильные многогранники в жизни

Площадь поверхности многогранников. Простейшие комбинации многогранников.

Вычисление элементов пространственных фигур (ребра, диагонали, углы). Правильные многогранники.

Тема 32. Цилиндр, конус, шар и их сечения

Цилиндр, конус. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. Представление об усеченном конусе.

Сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси). Развертка цилиндра и конуса. Сфера, шар. Сечения шара. Изображение тел вращения на плоскости.

Тема 33. Объемы и площади поверхностей тел

Площади поверхностей тел вращения. Объем прямоугольного параллелепипеда. Объем куба. Объемы прямой призмы и пирамиды. Объемы цилиндра и конуса. Объем шара.

Тема 34. Примеры симметрий в профессии

Обобщение представлений о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр).

Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Примеры симметрии в профессии.

Тема 35. Решение задач. Многогранники и тела вращения

Объемы и площади поверхностей многогранников и тел вращения.

Тема 36. Степенная функция, её свойства Преобразование выражений с корнями n -ой степени

Понятие корня n -ой степени из действительного числа. Функция $y = n\sqrt{x}$ их свойства и графики. Свойства корня n -ой степени. Преобразование иррациональных выражений.

Тема 37. Свойства степени с рациональным и действительным показателями

Понятие степени с любым рациональным показателем. Степенные функции, их свойства и графики

Тема 38. Решение иррациональных уравнений

Равносильность иррациональных уравнений, методы их решения.

Тема 39. Показательная функция, ее свойства. Показательные уравнения и неравенства

Степень с произвольным действительным показателем. Определение показательной функции, её свойства и график. Знакомство с применением показательной функции. Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей, методом введения новой переменной, функционально-графическим методом. Решение показательных неравенств.

Тема 40. Логарифм числа. Свойства логарифмов

Логарифм числа. Свойства логарифмов. Операция логарифмирования.

Тема 41. Логарифмическая функция, её свойства. Логарифмические уравнения и неравенства

Логарифмическая функция, её свойства. Понятие логарифмического уравнения. Операция потенцирования

Три основных метода решения логарифмических уравнений: функционально-графический, метод потенцирования, метод введения новой переменной. Логарифмические неравенства.

Тема 42. Логарифмы в природе и технике

Применение логарифма. Логарифмическая спираль в природе. Её математические свойства.

Тема 43. Решение задач. Степенная, показательная и логарифмическая функции

Степенная, показательная и логарифмическая функции. Решение уравнений.

Тема 44. Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей

Совместные и несовместные события. Теоремы о вероятности суммы событий. Условная вероятность.

Зависимые и независимые события. Теоремы о вероятности произведения событий.

Тема 45. Вероятность в профессиональных задачах

Относительная частота события, свойство её устойчивости. Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности события.

Тема 46. Дискретная случайная величина, закон её распределения

Виды случайных величин. Определение дискретной случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Её числовые характеристики.

Тема 47. Задачи математической статистики

Первичная обработка статистических данных. Числовые характеристики. (среднее арифметическое, медиана, размах, дисперсия). Работа с таблицами, графиками, диаграммами.

Тема 48. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Виды событий, вероятность событий. Сложение и умножение вероятностей. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Задачи математической статистики.

Тема 49. Промежуточная аттестация. Экзамен

Решение конкретной теоретической или практической задачи для установления степени усвоения изучаемого материала студентом.

См. приложение 2 «Вопросы к экзамену»

Планы практических занятий

Тема 1. Цели и задачи математики при освоении специальности. Числа и вычисления.

Время - 4 час.

Основные вопросы: Базовые знания и умения по математике в профессиональной и повседневной деятельности. Действия над положительными и отрицательными числами, с обыкновенными и десятичными дробями. Действия со степенями, формулы сокращенного умножения.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 2. Уравнения и неравенства.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Линейные, квадратные, дробно-линейные уравнения и неравенства.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 3. Процентные вычисления в профессиональных задачах.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Простые проценты, разные способы их вычисления. Сложные проценты. Простые и сложные проценты. Процентные вычисления в профессиональных задачах.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 4. Решение задач.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 5. Геометрия на плоскости.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Решение задач по теме: «Геометрия на плоскости».

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 6. Входной контроль.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Входной контроль. Уравнения, неравенства, проценты, множества

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 7. Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Предмет стереометрии. Основные понятия (точка, прямая, плоскость, пространство). Основные аксиомы стереометрии. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Основные пространственные фигуры.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 8. Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей.

Время - 4 час.

Основные вопросы: Параллельные прямая и плоскость. Определение. Признак. Свойства (с доказательством). Параллельные плоскости. Определение. Признак. Свойства (с доказательством).

Тетраэдр и его элементы. Параллелепипед и его элементы. Свойства противоположных граней и диагоналей параллелепипеда. Построение основных сечений. Решение задач.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 9. Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Перпендикулярные прямые. Параллельные прямые, перпендикулярные и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 10. Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. Перпендикулярные плоскости. Расстояние в пространстве.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 11. Координаты и векторы в пространстве.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве. Расстояние между двумя точкам. Сложение и вычитание векторов.

Умножение вектора на число. Скалярное произведение векторов. Простейшие задачи в координатах.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 12. Прямые и плоскости в практических задачах.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Взаимное расположение прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей. Расположение прямых и плоскостей в окружающем мире. (природе, архитектуре, технике). Решение практико-ориентированных задач.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 13. Решение задач. Прямые и плоскости, координаты и векторы в пространстве.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Расположение прямых и плоскостей в пространстве. Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей. Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Координаты вектора.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 14. Тригонометрические функции произвольного угла, числа.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Радианная и градусная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Знаки синуса косинуса, тангенса и котангенса по четвертям. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 15. Основные тригонометрические тождества.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Тригонометрические тождества. Преобразования простейших тригонометрических выражений. Синус, косинус, тангенс и котангенс углов α и $-\alpha$.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 16. Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Время - 4 час.

Основные вопросы: Область определения и множество значений тригонометрических функций. Чётность, нечётность, периодичность тригонометрических функций. Свойства и графики функций $y=\cos x$, $y=\sin x$, $y=\tg x$, $y=\ctg x$. Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций. Преобразование графиков тригонометрических функций.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 17. Обратные тригонометрические функции.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Обратные тригонометрические функции. Их свойства и графики.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 18. Тригонометрические уравнения и неравенства.

Время - 6 час.

Основные вопросы: Уравнение $\cos x = a$. Уравнение $\sin x = a$. Уравнение $\operatorname{tg} x = a$. Уравнение $\operatorname{ctg} x = a$. Решение тригонометрических уравнений, простейшие тригонометрические уравнения.

Решение тригонометрических уравнений, сводящихся к квадратным, решаемые разложением на множители, однородные тригонометрических уравнения. Простейшие тригонометрические неравенства.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 19. Решение задач. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений. Решение тригонометрических неравенств.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 20. Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Приращение аргумента. Приращения функции. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Алгоритм отыскания производной. Формулы дифференцирования. Правила дифференцирования.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 21. Понятие о непрерывности функции. Метод интервалов.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Понятие непрерывной функции. Свойства непрерывной функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции в точке. Алгоритм решения неравенств методом интервалов.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 22. Геометрический и физический смысл производной.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Геометрический смысл производной функции – угловой коэффициент касательной к графику функции. Уравнение касательной к графику функции. Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции $y = f(x)$.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 24. Монотонность функции. Точки экстремума.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Возрастание и убывание функции, соответствие возрастания и убывания функции знаку производной. Задачи на максимум и минимум. Понятие асимптоты, способы их определения. Алгоритм исследования функции и построения её графика с помощью производной.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 25. Исследование функций и построение графиков.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Исследование функции на монотонность и построение графика.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 26. Наибольшее и наименьшее значения функции.

Время - 4 час.

Основные вопросы: Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций, построение графиков многочленов с использованием аппарата математического анализа. Наибольшее и наименьшее значение функции.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 27. Первообразная функции. Правила нахождения первообразных.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Ознакомление с понятием интеграла и первообразной для функции $y = f(x)$. Решение задач на связь первообразной и ее производной, вычисление первообразной для данной функции. Таблица формул для нахождения первообразных. Изучение правила вычисления первообразной.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 28. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница.

Время - 4 час.

Основные вопросы: Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла – о вычислении площади криволинейной трапеции, о перемещении точки. Понятие определенного интеграла. Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 29. Решение задач. Производная и первообразная функции.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Формулы и правила дифференцирования. Исследование функции с помощью производной

Наибольшее и наименьшее значение функции. Вычисление первообразной. Применение первообразной.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 30. Призма, параллелепипед, куб, пирамида и их сечения.

Время - 4 час.

Основные вопросы: Призма (наклонная, прямая, правильная) и ее элементы. Параллелепипед, свойства прямоугольного параллелепипеда. Куб. Пирамида и ее элементы. Правильная пирамида.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 31. Правильные многогранники в жизни.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Площадь поверхности многогранников. Простейшие комбинации многогранников.

Вычисление элементов пространственных фигур (ребра, диагонали, углы). Правильные многогранники.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 32. Цилиндр, конус, шар и их сечения.

Время - 6 час.

Основные вопросы: Цилиндр, конус. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. Представление об усеченном конусе.

Сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси). Развертка цилиндра и конуса. Сфера, шар. Сечения шара. Изображение тел вращения на плоскости».

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 33. Объемы и площади поверхностей тел.

Время - 4 час.

Основные вопросы: Площади поверхностей тел вращения. Объем прямоугольного параллелепипеда. Объем куба. Объемы прямой призмы и пирамиды. Объемы цилиндра и конуса. Объем шара.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 34. Примеры симметрий в профессии.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Обобщение представлений о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр).

Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Примеры симметрии в профессии.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 35. Решение задач. Многогранники и тела вращения.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Объемы и площади поверхностей многогранников и тел вращения.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 36. Степенная функция, её свойства Преобразование выражений с корнями n -ой степени.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Понятие корня n -ой степени из действительного числа. Функция $y = \sqrt[n]{x}$ и её свойства и графики. Свойства корня n -ой степени. Преобразование иррациональных выражений.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 37. Свойства степени с рациональным и действительным показателями.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Понятие степени с любым рациональным показателем. Степенные функции, их свойства и графики.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 38. Решение иррациональных уравнений.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Равносильность иррациональных уравнений, методы их решения.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 39. Показательная функция, её свойства. Показательные уравнения и неравенства.

Время - 6 час.

Основные вопросы: Степень с произвольным действительным показателем. Определение показательной функции, её свойства и график. Знакомство с применением показательной функции. Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей, методом введения новой переменной, функционально-графическим методом. Решение показательных неравенств.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 40. Логарифм числа. Свойства логарифмов.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Логарифм числа. Свойства логарифмов. Операция логарифмирования.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 41. Логарифмическая функция, её свойства. Логарифмические уравнения и неравенства.

Время - 4 час.

Основные вопросы: Логарифмическая функция, её свойства. Понятие логарифмического уравнения. Операция потенцирования

Три основных метода решения логарифмических уравнений: функционально-графический, метод потенцирования, метод введения новой переменной. Логарифмические неравенства.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 42. Логарифмы в природе и технике.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Применение логарифма. Логарифмическая спираль в природе. Ее математические свойства.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 43. Решение задач. Степенная, показательная и логарифмическая функции.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Степенная, показательная и логарифмическая функции. Решение уравнений.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 44. Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Совместные и несовместные события. Теоремы о вероятности суммы событий. Условная вероятность.

Зависимые и независимые события. Теоремы о вероятности произведения событий.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 45. Вероятность в профессиональных задачах.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Относительная частота события, свойство её устойчивости. Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности события.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 46. Дискретная случайная величина, закон её распределения.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Виды случайных величин. Определение дискретной случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Ее числовые характеристики.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 47. Задачи математической статистики.

Время - 2 час.

Основные вопросы: Первичная обработка статистических данных. Числовые характеристики. (среднее арифметическое, медиана, размах, дисперсия). Работа с таблицами, графиками, диаграммами.

См. Приложение 3 «Практические работы».

Тема 48. Элементы теории вероятностей и математической статистики.

Время - 6 час.

Основные вопросы: Виды событий, вероятность событий. Сложение и умножение вероятностей. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Задачи математической статистики.

См. Приложение 3 «Практические работы».

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1.1. Методические указания:

Самостоятельная работа обучающихся, это работа, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время при методическом руководстве преподавателя с целью овладения необходимыми компетенциями по дисциплине, дополнительными знаниями, умениями и навыками, опытом творческой, исследовательской деятельности, развития самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного уровня.

Видами заданий для самостоятельной работы являются:

1. Заполнение глоссария
2. Поиск и анализ источников и литературы
3. Подготовка сообщений, презентаций, докладов, рефератов
4. Выполнение практических работ
5. Решение задач

Для выполнения заданий по самостоятельной работе рекомендуется использовать материалы учебников и интернет ресурсов:

Основная литература:

1. Богомолов, Н. В. Математика. Алгебра и начала анализа. Базовый уровень: 10—11 классы : учебник для среднего общего образования / Н. В. Богомолов. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 241 с. — (Общеобразовательный цикл). — ISBN 978-5-534-16084-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/599024>
2. Кремер, Н. Ш. Математика для колледжей : учебник для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер, О. Г. Константинова, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 12-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 408 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-17852-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/583277>

Дополнительная литература:

1. Алимов Ш.А. Математика: алгебра и нач. математического анализа, геометрия: 10-11 кл.: Учебник. — 4-е изд. — М.: Просвещение, 2017. — 463 с. (Гриф)
2. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 571 с. — (Профессиональное образование)

образование). — ISBN 978-5-534-18419-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/599048>

3. Геометрия, 10-11: учеб. для общеобразоват.учреждений: базовый и профил.уровни/ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. — 20-е изд. — М.: Просвещение, 2011. — 255с.: ил. (Гриф)

4. Геометрия, 10-11: учеб. для общеобразоват.учреждений: базовый и профил.уровни/ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. — 21-е изд. — М.: Просвещение, 2012. — 255с.: ил. (Гриф)

5. Колмогоров А.Н Алгебра и начала анализа+ CD: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений. — М.: Просвещение, 2010. (Гриф)

6. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала анализа+ CD: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений. — 20-е изд. - М.: Просвещение, 2011. (Гриф)

7. Л.С. Атанасян Геометрия: 10-11 кл.: Учебник: баз.и угл.уровни.- 4 изд. — М.: Просвещение, 2017. — 255 с.

8. Математика. Практикум: учебник для среднего профессионального образования / под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 243 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-21741-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/584019>

Интернет-ресурсы:

Журнал РАН «Алгебра и анализ»<http://www.pdmi.ras.ru/AA>
http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=spm&option_lang=rus Журнал РАН «Современные проблемы математики»
<http://www.mathematics.ru> Математика в Открытом колледже
<http://www.math.ru> Math.ru: Математика и образование
<http://www.bymath.net> Вся элементарная математика
<http://www.neive.by.ru> Геометрический портал
<http://graphfunk.narod.ru> Графики функций
<http://www.allmath.ru> Allmath.ru — вся математика в одном месте
<http://eqworld.ipmnet.ru> EqWorld: Мир математических уравнений
<http://www.mathem.h1.ru> Математика: справочная информация в помощь студенту
<http://www.mathtest.ru> Математика в помощь школьнику и студенту
www.interneturok.ru («Видеоуроки по предметам школьной программы»)
www.alhimikov.net (Образовательный сайт для школьников).
<http://mon.gov.ru/> (Сайт Министерства образования и науки РФ) /
www.edu.ru (Российский образовательный портал).
www.ed.gov.ru (Сайт Федерального агентства по образованию РФ).
Российская государственная публичная библиотека <http://elibrary.rsl.ru/>
<http://www.rambler.ru> — Русская поисковая система.
<http://www.yandex.ru> — Русская поисковая система.
<http://biblioteka.net.ru> — Библиотека компьютерных учебников.

Портал «Всеобуч»- справочно-информационный образовательный сайт, единое окно доступа к образовательным ресурсам –<http://www.edu-all.ru/>

Рекомендации по составлению и заполнению глоссария:

Использование глоссария способствует прояснению, запоминанию и уточнению ключевых понятий дисциплины. Глоссарий охватывает все узкоспециализированные термины, встречающиеся в тексте. Глоссарий должен содержать не менее 30 терминов, они должны быть перечислены в алфавитном порядке, соблюдена нумерация. Глоссарий должен быть оформлен по принципу реферативной работы, в обязательном порядке присутствует титульный лист и нумерация страниц. Объем работы должен составлять 10-15 страниц. Тщательно проработанный глоссарий помогает избежать разночтений и улучшить в целом качество всей документации. В глоссарии включаются самые частотные термины и фразы, а также все ключевые термины с толкованием их смысла. Глоссарии могут содержать отдельные слова, фразы, аббревиатуры, слоганы и даже целые предложения.

Рекомендации по поиску и анализу источников и литературы

Найдите дополнительные источники литературы и источники, максимально соответствующие теме (заданию) и рекомендованные преподавателем. Ознакомьтесь с аннотацией источника, ее содержанием по оглавлению. Найдите необходимый материал и просмотрите его содержание. Определите форму записи (конспект, тезисы, цитаты, выписки, факты), составьте план и обсудите с преподавателем. Выпишите незнакомые слова и найдите их определение в словаре или спросите у преподавателя. Выполните краткий конспект. В конце своих записей сделайте резюме к тексту.

Рекомендации по подготовке сообщений, презентаций, докладов, рефератов

Внимательно прочитайте тему доклада, составьте предполагаемый план раскрытия темы, обсудите его с преподавателем. При работе с источниками информации тщательно отбирайте примеры, факты, следите за логикой их обоснования. Помните, что объем вашего выступления не должен выходить за предложенные преподавателем нормы. Выберите из подготовленного текста наиболее существенные моменты будущего выступления и согласуйте с преподавателем. При необходимости сопроводите свое выступление иллюстрациями или подготовьте презентацию. Презентация должна быть краткой, доступной и целостной. Главное в презентации – содержание. Придерживайтесь единого стилевого оформления. Не рекомендуется использовать в стилевом оформлении презентации более трех цветов или трех типов шрифта. Оформление слайда не должно отвлекать от его содержательной части. Не все слайды презентации должны быть выдержаны в одном стиле.

На одном слайде не должно быть слишком много информационных блоков, обычно до трёх. Ключевые слова в информационном блоке необходимо выделить. Наиболее важную информацию – поместить в центр слайда. Приводите факты, цифры, графики - это хорошая поддержка для вашего выступления. Голый текст никого не заинтересует (если вы, конечно, не несете слушателям свет новой истины). Применяйте высококонтрастные цвета, крупные шрифты и четкие иллюстрации. Фотографии, рисунки и другие иллюстрации старайтесь размещать на отдельных слайдах. То же относится большим диаграммам, таблицам, схемам и графикам. Не забывайте указывать источники информации.

Приступая к подготовке реферата, доклада, на первом этапе, нужно собрать информацию. Можно использовать книги, статьи, научные публикации и интернет-ресурсы. Во время исследования нужно делать заметки, выделяя ключевые моменты, факты и примеры. Доклад необходимо структурировать. Обычно он включает три раздела: Введение - представить тему и объяснить её актуальность. Основная часть - разделить на несколько логически связанных частей. Каждая часть должна содержать ключевые идеи и факты. Заключение - подвести итоги, сделать выводы, дать рекомендации или предложить направления для дальнейшего изучения темы.

Подготовить визуальные материалы. Если доклад предполагает наличие презентации, нужно создать слайды, которые помогут визуализировать информацию.

Рекомендации по выполнению практических работ

Ознакомьтесь с темой, целью и заданием практической работы. Повторите теоретический материал, необходимый для выполнения работы.

Пройдите инструктаж по технике безопасности, если работа связана с оборудованием или лабораторными условиями. Запишите дату, тему и цель работы.

Следуйте предложенному алгоритму действий, если он есть. Работайте аккуратно, используйте линейки, карандаши, разборчивый почерк. Таблицы и схемы оформляйте чётко и по правилам.

По итогам работы сформулируйте выводы, ответьте на контрольные вопросы.

Проверьте, чтобы все расчёты и ответы были выполнены полностью и правильно.

Если работа письменная, составьте план, продумайте логику изложения, аргументируйте свои решения.

При возникновении трудностей обращайтесь к преподавателю или дополнительной литературе.

Соблюдайте требования к оформлению: аккуратность, читаемость, соответствие стандартам.

Рекомендации по самостоятельному изучению:

Начните с базовых понятий каждой категории

Решайте практические задачи регулярно

Используйте несколько источников для лучшего понимания

Создавайте конспекты и схемы

Применяйте изученное на практике
Участвуйте в онлайн-форумах и обсуждениях
Проверяйте свои знания через тесты и контрольные работы

Дополнительные советы:

Регулярность - занимайтесь минимум 30 минут ежедневно
Системность - следуйте логической последовательности изучения
Практика - решайте как можно больше задач
Обратная связь - проверяйте решения и исправляйте ошибки
Мотивация - ставьте конкретные цели и отслеживайте прогресс

Задания по самостоятельной работе должны быть выполнены до начала промежуточной аттестации.

Критерии оценки защиты мультимедийной презентации:

Оценка 5 ставится, если выполнены все требования к созданию мультимедийной презентации: обозначена тема, выполнен краткий анализ различных источников по данной теме, сформулированы выводы, выдержан объём, соблюдены требования к оформлению: фон, шрифт, объём текста, рисунки, анимация, выдержан единый стиль оформления

Оценка 4 – основные требования созданию мультимедийной презентации и ее защите выполнены, но при этом допущены недочёты: имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность; не выдержан объём презентации; имеются упущения в оформлении: не полностью соблюден единый стиль оформления.

Оценка 3 – имеются существенные отступления от требований к созданию мультимедийной презентации: не полностью раскрыта тема, имеются существенные недочёты в оформлении.

Оценка 2 – тема презентации не раскрыта, не соблюден единый стиль оформления слайдов.

Критерии оценки выступления с сообщением:

Оценка 5 - выполнены все требования к написанию и защите сообщения: обозначена проблема и обоснована её актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объём, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка 4 – основные требования к сообщению и их защите выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём;

имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы.

Оценка 3 – имеются существенные отступления от требований: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты отсутствует вывод.

Оценка 2 – тема не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы.

Критерии оценки устных ответов:

Оценка 5 – обучающийся полно излагает изученный материал, дает правильное определение языковых понятий; обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные; излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

Оценка 4 – обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1-2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

Оценка 3 – обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий и формулировке правил; не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

Оценка 2 – обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

5.1.2. Задания для повторения и углубления приобретаемых знаний.

№	Задания
1	В день наладчик выполнил 35% всего задания, во второй день -60% от того, что сделал в первый день, а в третий день- всю оставшуюся часть задания. Во второй день наладчик протянул на 184 м кабеля для интернета меньше, чем в третий день. Сколько кабеля протянул наладчик за три дня?
2	Выполнить вычитание: $\frac{3m - n}{3n^2 - 3m^2} - \frac{n - 2m}{2m^2 + 3mn + n^2}$
3	Крыша гаража имеет форму прямоугольника со сторонами 3м и 4м.

	Сколько килограммовых банок краски требуется приобрести для ее покраски, если на 1 м^2 расходуется 300грамм краски. Какова стоимость покупки, если одна банка стоит 450 руб.
4	Функция $y = f(x)$ задана графиком на промежутке $[-5;4]$. Укажите промежутки возрастания и убывания функции
5	Первый рабочий производит продукцию на одну копейку в течении одной секунды. Второй – на один рубль за одну минуту. Во сколько раз производительность второго рабочего больше первого?
6	Три прямые проходят через одну точку. Через каждые две из них проведена плоскость. Сколько всего проведено плоскостей?
7	Основание АВ трапеции ABCD параллельно плоскости а, а вершина С лежит в этой плоскости. Докажите, что: а) основание CD трапеции лежит в плоскости а; б) средняя линия трапеции параллельна плоскости а.
8	Найдите значение m , при котором векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны, если $\vec{a}(2; -4; m), \vec{b}(3; -1; 5)$

5.2. Задания, направленные на формирование профессиональных умений.

№	Задания
9	Решить задачу: Для приготовления теста взяли 5 кг муки, что составляет 80% от общей массы. Какова масса теста?
10	Решить задачу: Определите объём наполнителя для вафельного рожка (диаметр 6 см, образующая 15 см) для 20 рожков
11	Два повара могут выполнить работу за 6 часов. Если бы один сделал 60% работы, а второй — остальное, то затратили бы 12 часов. За сколько часов каждый выполнит работу один?
12	Найдите вес пирожного (сечение — равнобедренный треугольник с основанием 5,6 см и высотой 3,5 см, длина — 12 см).
13	Хлебопекарня увеличила выпуск на 50%, цена выросла на 10%, себестоимость — на 20%. На сколько процентов увеличится прибыль?
14	Найти неопределенный интеграл методом непосредственного интегрирования $\int \left(5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx$.
15	Даны законы распределения независимых случайных величин X и Y. Составить закон распределения случайной величины $Z=X+2Y$. Найти $M(Z)$, $D(Z)$

16	Стрелок ведет стрельбу с вероятностью попадания в цель 0,8 при каждом выстреле. Стрельба ведется до первого попадания, но делается не более 3 выстрелов. Составить закон распределения случайной величины X , если: а) X – число промахов; б) X – число попаданий; в) X – число произведенных выстрелов.
----	--

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

6.1. Средства оценивания в ходе текущего контроля:

Перечень знаний, осваиваемых в рамках учебной дисциплины

Результаты обучения	Критерии оценки	Методы оценки
- базовые логические действия; - методы доказательств, алгоритмы решения задач; - основные понятия математического анализа и их свойства; - основные понятия о плоских и пространственных геометрических фигурах и их свойства; - процессы и явления, имеющие вероятностный характер; - значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; - применение математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе - распознавать задачу и/или проблему в профессиональном и/или	- знание и понимание материала; - грамотное использование терминологии в ходе устных и письменных ответов; - критическое мышление и решение проблем; - коммуникативные навыки;	- устные опросы в ходе аудиторных занятий на знание категорий дисциплины; - письменные опросы в ходе аудиторных занятий на знание категорий дисциплины; - сообщения или доклады в ходе практических занятий; - выполнение заданий в ходе практических занятий: - выполнение заданий и упражнений, рекомендованных для самостоятельной работы; - экзамен

социальном контексте; - анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части; - определять этапы решения задачи; - выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы; - составить план действия; - определить необходимые ресурсы; - владеть актуальными методами работы в профессиональной и смежных сферах; - реализовывать составленный план; - оценивать результат и последствия своих действий		
- нравственные нормы и ценности; - математические методы для анализа и исследования процессов и явлений в природе и обществе; - основные принципы самоорганизации и самоконтроля; - приемы рефлексии для оценки ситуации, выбора верного решения; - коммуникативные нормы общения для обмена информацией и совместной работы в команде.	- знание и понимание материала; - грамотное использование терминологии в ходе устных и письменных ответов; - критическое мышление и решение проблем; - коммуникативные навыки;	- устные опросы в ходе аудиторных занятий на знание категорий дисциплины; - письменные опросы в ходе аудиторных занятий на знание категорий дисциплины; - сообщения или доклады в ходе практических занятий; - выполнение заданий в ходе практических занятий; - выполнение заданий и упражнений,

- самостоятельно осуществлять познавательную деятельность; - выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях; - самостоятельно составлять план решения проблемы с учетом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений; - давать оценку новым ситуациям; - находить способы формирования и проявления широкой эрудиции в разных областях знаний; - постоянно повышать свой образовательный и культурный уровень; - оценивать риски и своевременно принимать решения по их снижению.		рекомендованных для самостоятельной работы; - экзамен
--	--	---

6.2. ФОС для текущего контроля:

См. Приложение 4 «ФОС для текущего контроля»

6.3 ФОС для промежуточной аттестации:

Задания для оценки знаний.

№	Задания
1	Вопросы к экзамену 1-12
2	1. Базовые знания и умения по математике в профессиональной и повседневной деятельности. 2. Действия над положительными и отрицательными числами, с

	обыкновенными и десятичными дробями. 3. Действия со степенями, формулы сокращенного умножения. 4. Линейные, квадратные, дробно-линейные уравнения и неравенства. 5. Простые проценты, разные способы их вычисления. Сложные проценты. 6. Простые и сложные проценты. Процентные вычисления в профессиональных задачах. 7. Вычисления и преобразования. 8. Уравнения и неравенства 9. Предмет стереометрии. Основные понятия (точка, прямая, плоскость, пространство). 10. Основные аксиомы стереометрии. 11. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. 12. Перпендикулярность прямых.
3	Вопросы к экзамену 13-24
4	13. Основные пространственные фигуры. 14. Параллельные прямая и плоскость. Определение. Признак. Свойства (с доказательством). 15. Параллельные плоскости. Определение. Признак. Свойства (с доказательством). 16. Тетраэдр и его элементы. 17. Параллелепипед и его элементы. Свойства противоположных граней и диагоналей параллелепипеда. 18. Построение основных сечений. 19. Параллельные прямые, перпендикулярные и плоскости. 20. Признак перпендикулярности прямой и плоскости 21. Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах. 22. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. 23. Перпендикулярные плоскости. Расстояние в пространстве. 24. Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве.
5	Вопросы к экзамену 25-36
6	25. Расстояние между двумя точкам. Сложение и вычитание векторов. 26. Умножение вектора на число. Скалярное произведение векторов. 27. Простейшие задачи в координатах. 28. Взаимное расположение прямых в пространстве.

	29. Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей. 30. Расположение прямых и плоскостей в окружающем мире. (природе, архитектуре, технике). 31. Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей. 32. Радианная и градусная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат. 33. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Знаки синуса косинуса, тангенса и котангенса по четвертям. 34. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла 35. Тригонометрические тождества. Преобразования простейших тригонометрических выражений. 36. Синус, косинус, тангенс и котангенс углов α и $-\alpha$.
7	Вопросы к экзамену 37-48
8	37. Область определения и множество значений тригонометрических функций. 38. Чётность, нечётность, периодичность тригонометрических функций. 39. Свойства и графики функций $y=\cos x$, $y=\sin x$, $y=\operatorname{tg} x$, $y=\operatorname{ctg} x$. 40. Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций. Преобразование графиков тригонометрических функций 41. Обратные тригонометрические функции. Их свойства и графики 42. Уравнение $\cos x = a$. 43. Уравнение $\sin x = a$. 44. Уравнение $\operatorname{tg} x = a$. 45. Уравнение $\operatorname{ctg} x = a$. 46. Решение тригонометрических уравнений, простейшие тригонометрические уравнения. 47. Решение тригонометрических уравнений, сводящихся к квадратным, решаемые разложением на множители, однородные тригонометрических уравнения. 48. Простейшие тригонометрические неравенства
9	Вопросы к экзамену 49-60
10	49. Приращение аргумента. Приращения функции. 50. Задачи, приводящие к понятию производной. 51. Определение производной. Алгоритм отыскания производной. 52. Формулы дифференцирования. Правила дифференцирования.

	53. Понятие непрерывной функции. Свойства непрерывной функции. 54. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции в точке. 55. Алгоритм решения неравенств методом интервалов. 56. Геометрический смысл производной функции – угловой коэффициент касательной к графику функции. 57. Уравнение касательной к графику функции. Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции $y = f(x)$. 58. Возрастание и убывание функции, соответствие возрастания и убывания функции знаку производной. 59. Понятие асимптоты, способы их определения. Алгоритм исследования функции и построения её графика с помощью производной. 60. Исследование функции на монотонность и построение графика.
11	Вопросы к экзамену 61-72
12	61. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций, построение графиков многочленов с использованием аппарата математического анализа. 62. Ознакомление с понятием интеграла и первообразной для функции $y = f(x)$. 63. Таблица формул для нахождения первообразных. Изучение правила вычисления первообразной. 64. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла – о вычислении площади криволинейной трапеции, о перемещении точки. 65. Понятие определенного интеграла. 66. Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. 67. Призма (наклонная, прямая, правильная) и ее элементы. 68. Параллелепипед, свойства прямоугольного параллелепипеда. Куб. 69. Пирамида и ее элементы. Правильная пирамида. 70. Площадь поверхности многогранников. Простейшие комбинации многогранников. 71. Цилиндр, конус. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. 72. Представление об усеченном конусе.
13	Вопросы к экзамену 73-84

14	73. Сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси). 74. Развертка цилиндра и конуса. 75. Сфера, шар. Сечения шара. Изображение тел вращения на плоскости. 76. Площади поверхностей тел вращения. 77. Объем прямоугольного параллелепипеда. Объем куба. Объемы прямой призмы и пирамиды. Объемы цилиндра и конуса. Объем шара. 78. Обобщение представлений о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр). 79. Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Примеры симметрии в профессии. 80. Понятие корня n-ой степени из действительного числа. 81. Функция $y = \sqrt[n]{x}$ и её свойства и графики. Свойства корня n-ой степени. Преобразование иррациональных выражений. 82. Понятие степени с любым рациональным показателем. Степенные функции, их свойства и графики 83. Степень с произвольным действительным показателем. Определение показательной функции, её свойства и график. 84. Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей, методом введения новой переменной, функционально-графическим методом. Решение показательных неравенств
15	Вопросы к экзамену 85-96
16	85. Логарифм числа. Свойства логарифмов. Операция логарифмирования. 86. Логарифмическая функция, её свойства. Понятие логарифмического уравнения. Операция потенцирования 87. Три основных метода решения логарифмических уравнений: функционально-графический, метод потенцирования, метод введения новой переменной. Логарифмические неравенства. 88. Степенная, показательная и логарифмическая функции. Решение уравнений. 89. Совместные и несовместные события. Теоремы о вероятности суммы событий. Условная вероятность. 90. Зависимые и независимые события. Теоремы о вероятности произведения событий. 91. Относительная частота события, свойство её устойчивости. Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности события.

	92. Виды случайных величин. Определение дискретной случайной величины. 93. Закон распределения дискретной случайной величины. Ее числовые характеристики. 94. Первичная обработка статистических данных. Числовые характеристики: (среднее арифметическое, медиана, размах, дисперсия). Работа с таблицами, графиками, диаграммами. 95. Виды событий, вероятность событий. Сложение и умножение вероятностей. 96. Дискретная случайная величина, закон ее распределения
--	--

Задания для оценки умений.

См. Приложение 5 «Задания для самостоятельной работы»

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Основная литература:

1. Богомолов, Н. В. Математика. Алгебра и начала анализа. Базовый уровень: 10—11 классы: учебник для среднего общего образования / Н. В. Богомолов. — Москва: Издательство Юрайт, 2026. — 241 с. — (Общеобразовательный цикл). — ISBN 978-5-534-16084-0. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/599024>
2. Кремер, Н. Ш. Математика для колледжей: учебник для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер, О. Г. Константинова, М. Н. Фридман; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 12-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2026. — 408 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-17852-4. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/583277>

Дополнительная литература:

1. Алимов Ш.А. Математика: алгебра и нач. математического анализа, геометрия: 10-11 кл.: Учебник. — 4-е изд. — М.: Просвещение, 2017. — 463 с. (Гриф)
2. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике: учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2026. — 571 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-18419-8. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/599048>

3. Геометрия, 10-11: учеб. для общеобразоват.учреждений: базовый и профил.уровни/ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 20-е изд. – М.: Просвещение, 2011. – 255с.: ил. (Гриф)
4. Геометрия, 10-11: учеб. для общеобразоват.учреждений: базовый и профил.уровни/ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 21-е изд. – М.: Просвещение, 2012. – 255с.: ил. (Гриф)
5. Колмогоров А.Н Алгебра и начала анализа+ CD: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений. – М.: Просвещение, 2010. (Гриф)
6. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала анализа+ CD: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений. – 20-е изд. - М.: Просвещение, 2011. (Гриф)
7. Л.С. Атанасян Геометрия: 10-11 кл.: Учебник: баз.и угл.уровни.- 4 изд. – М.: Просвещение, 2017. – 255 с.
8. Математика. Практикум: учебник для среднего профессионального образования / под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 243 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-21741-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/584019>

Интернет-ресурсы:

<https://urait.ru> Образовательная платформа Юрайт. Для вузов и ссузов
<http://www.pdmi.ras.ru/AA> Журнал РАН «Алгебра и анализ»
http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=spm&option_lang=rus Журнал РАН «Современные проблемы математики»
<http://www.mathematics.ru> Математика в Открытом колледже
<http://www.math.ru> Math.ru: Математика и образование
<http://www.bymath.net> Вся элементарная математика
<http://www.neive.by.ru> Геометрический портал
<http://graphfunk.narod.ru> Графики функций
<http://www.allmath.ru> Allmath.ru — вся математика в одном месте
<http://eqworld.ipmnet.ru> EqWorld: Мир математических уравнений
<http://www.mathem.h1.ru> Математика: справочная информация в помощь студенту
<http://www.mathtest.ru> Математика в помощь школьнику и студенту
www.interneturok.ru («Видеоуроки по предметам школьной программы»)
www.alhimikov.net (Образовательный сайт для школьников).
<http://mon.gov.ru/> (Сайт Министерства образования и науки РФ) /
www.edu.ru (Российский образовательный портал).
www.ed.gov.ru (Сайт Федерального агентства по образованию РФ).
Российская государственная публичная библиотека <http://elibrary.rsl.ru/>
<http://www.rambler.ru> – Русская поисковая система.
<http://www.yandex.ru> – Русская поисковая система.
<http://biblioteka.net.ru> – Библиотека компьютерных учебников.

Портал «Всеобуч»- справочно-информационный образовательный сайт, единое окно доступа к образовательным ресурсам –<http://www.edu-all.ru/>

8. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЛЕКТОВ ЛИЦЕНЗИОННОГО И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМОГО ПРИ ИЗУЧЕНИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

При изучении учебной дисциплины (в том числе в интерактивной форме) предполагается применение современных информационных технологий. Комплект программного обеспечения для их использования включает в себя: свободно распространяемое программное обеспечение OpenOffice; веб-браузер (Google Chrome); электронные библиотечные системы IPR Smart и ЮРАЙТ; систему размещения в сети «Интернет» и проверки на наличие заимствований курсовых, научных и выпускных квалификационных работ «Антиплагиат.ВУЗ».

Для доступа к учебному плану и результатам освоения дисциплины, формирования Портфолио обучающегося используется Личный кабинет студента (онлайн доступ через сеть Интернет <https://portal.rosnou.ru>). Для обеспечения доступа обучающихся во внеучебное время к электронным образовательным ресурсам учебной дисциплины ЮРАЙТ и IPR Smart, а также для студентов, обучающихся с применением дистанционных образовательных технологий, используется портал через сеть Интернет <https://e-edu.rosnou.ru>, <https://id.rosnou.ru>.

9. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

<https://urait.ru> Образовательная платформа Юрайт. Для вузов и ссузов
<http://www.pdmi.ras.ru/AA> Журнал РАН «Алгебра и анализ»
http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=spm&option_lang=rus Журнал РАН «Современные проблемы математики»
<http://www.mathematics.ru> Математика в Открытом колледже
<http://www.math.ru> Math.ru: Математика и образование
<http://www.bymath.net> Вся элементарная математика
<http://www.neive.by.ru> Геометрический портал
<http://graphfunk.narod.ru> Графики функций
<http://www.allmath.ru> Allmath.ru — вся математика в одном месте
<http://eqworld.ipmnet.ru> EqWorld: Мир математических уравнений
<http://www.mathem.h1.ru> Математика: справочная информация в помощь студенту
<http://www.mathtest.ru> Математика в помощь школьнику и студенту
www.interneturok.ru («Видеоуроки по предметам школьной программы»)
www.alhimikov.net (Образовательный сайт для школьников).
<http://mon.gov.ru/> (Сайт Министерства образования и науки РФ) /
www.edu.ru (Российский образовательный портал).

www.ed.gov.ru (Сайт Федерального агентства по образованию РФ).

Российская государственная публичная библиотека <http://elibrary.rsl.ru/>

<http://www.rambler.ru> – Русская поисковая система.

<http://www.yandex.ru> – Русская поисковая система.

<http://biblioteka.net.ru> – Библиотека компьютерных учебников.

Портал «Всеобуч»- справочно-информационный образовательный сайт, единое окно доступа к образовательным ресурсам –<http://www.edu-all.ru/>

10. ОБУЧЕНИЕ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Изучение учебной дисциплины обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с Приказом Министерства просвещения РФ от 31 марта 2025 г. № 253 «Об утверждении Порядка обеспечения условий доступности для инвалидов объектов и предоставляемых услуг в сфере общего, среднего профессионального образования и соответствующего дополнительного профессионального образования, профессионального обучения, дополнительного образования детей и взрослых, организации отдыха и оздоровления детей, а также оказания им при этом необходимой помощи», Положением АНО ВО «РосНОУ» Об организации обучения студентов – инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Лица с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды обеспечиваются электронными образовательными ресурсами, адаптированными к состоянию их здоровья.

Предоставление специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, подбор и разработка учебных материалов для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья производится преподавателями с учетом индивидуальных психофизиологических особенностей обучающихся и специфики приема-передачи учебной информации на основании просьбы, выраженной в письменной форме.

С обучающимися по индивидуальному плану или индивидуальному графику проводятся индивидуальные занятия и консультации.

11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Учебная аудитория для проведения лекционных занятий (поточная), оснащенная оборудованием: специализированная мебель; маркерная доска (переносная), проектор (портативный); экран (переносной); ноутбук для преподавателя (с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду вуза); колонки; микрофон, наглядные пособия (плакаты).

Учебная аудитория для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, воспитательной работы (**Кабинет математики. Лаборатория информатики**), оснащенная оборудованием: проектор мультимедийный BenQ, экран 180*180, ПК Regard, лицензионное программное обеспечение (1С: Предприятия 8.3. (учебная версия), архиватор 7-zip, аудиопроигрыватель AIMP, просмотр изображений FastStone Image Viewer, ПО для чтения файлов формата Sumatra PDF, ПО для сканирования документов NAPS2, ПО для записи видео и проведения видеотрансляций OBS Studio, ПО для удалённого администрирования Aspiа, Интернет цензор v. 2.2), правовая система КонсультантПлюс, доска (меловая), наглядные пособия (плакаты).

Помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное оборудованием: персональные компьютеры в сборке с пакетом специализированных программ, с выходом в интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду.

Учебная аудитория для занятий обучающихся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ. Специализированная мебель (стол для инвалидов-колясочников СИ-1), проектор; экран; мнемосхема тактильная; персональные компьютеры в сборке со специализированным пакетом программ, клавиатура с подсветкой с возможностью работы слабовидящим; комплект для маркировки Брайлем (клавиатура для компьютера); индукционная система переносная ИЦР-2.

«Контрольная работа»

Вариант № 1

- Вычислите: $\left(\left(\frac{3}{4}\right)^0\right)^{-0,5} - 7,5 \cdot 4^{-\frac{3}{2}} - (-2)^{-4} + 81^{0,25}$.
- Вычислите: $0,364 : \frac{7}{25} + \frac{5}{16} : 0,125 + 2\frac{1}{2} \cdot 0,8$
- Выполнить следующие действия с числами:
 - записать результат в виде десятичной дроби: $\frac{1}{3} + 1,25; \frac{7}{9} \cdot 1,7; \frac{2}{11} + \frac{1}{9}$.
 - записать в виде обыкновенной дроби: $0, (6); 1,4(22); -3, (27)$.
 - вычислите: $\frac{7}{36} \cdot 9 + 8 \cdot \frac{11}{32} + \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{18}$.
- Найдите все решения неравенства $\frac{3x^2}{4} \leq \frac{4-5x}{2}$, принадлежащие промежутку $[-1; 1]$
- Решите иррациональные уравнения:
 - $\sqrt{3x+15} + \sqrt{5x+26} = 7$;
 - $x - 2 = \sqrt[3]{x^2 - 8}$.
- Решите систему иррациональных уравнений: $\begin{cases} 2\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} = 7 \\ 4\sqrt[4]{y} - 3\sqrt[4]{x} = 6 \end{cases}$
- Построить график функции: $y = |x^2 - 2x - 3|$.
- Даны два комплексных числа $z_1 = -4 - 2i$ и $z_2 = -3 + 5i$. Выполните следующие операции: $|z_1|$; $|z_2|$; $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $2z_1 - 3z_2$; $z_1 \cdot z_2$; $\frac{z_1}{z_2}$.
- Первая четверть разделена точкой E в отношении 3:8, вторая - точкой F в отношении 4:1, а четвертая - на четыре равные части точками, M, N и P. Чему равна длина дуги: AM, BN, FE, MP, DM, FA, CP, PC?
- Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, $AB = 1$. Построить сечение, проходящее через точки A, D и середины ребер $A_1 B_1$ и $C_1 D_1$ и найти его площадь.

Вариант № 2

- Вычислите: $\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} - 8^{-1\frac{2}{3}} + (12^0)^2 \cdot 7 + 32 \cdot 2^{-4} \cdot 16^{-\frac{3}{2}}$.
- Вычислите: $\left(3\frac{4}{25} + 0,24\right) \cdot 2,15 + (5,1625 - 2\frac{3}{16}) \cdot \frac{2}{5}$.
- Выполнить следующие действия с числами:
 - записать результат в виде десятичной дроби: $\frac{1}{6} + 0,33; \frac{3}{14} \cdot 1,05; \frac{8}{13} + \frac{2}{3}$.
 - записать в виде обыкновенной дроби: $0,1(2); 1, (55); -2,3(82)$.
 - вычислите: $0,364 : \frac{7}{25} + \frac{5}{16} : 0,125 + 2\frac{1}{2} \cdot 0,8$.

4. Найдите все решения неравенства $\frac{2x^2}{9} \leq \frac{x+3}{3}$, принадлежащие промежутку $[-2; 2]$
5. Решите иррациональные уравнения:
а) $\sqrt{x+10} + \sqrt{2x+22} = 3$;
б) $x+1 = \sqrt[3]{x^3 + 2x^2 + x}$.
6. Решите систему иррациональных уравнений: $\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 4 \\ 3\sqrt{y} + 2\sqrt{x} = 18 \end{cases}$
7. Построить график функции: $y = |x| \cdot (x - 4)$.
8. Даны два комплексных числа $z_1 = 2 - 7i$ и $z_2 = 1 - 2i$. Выполните следующие операции: $|z_1|$; $|z_2|$; $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $2z_1 - 3z_2$; $z_1 \cdot z_2$; $\frac{z_1}{z_2}$.
9. Первая четверть разделена точкой Е в отношении 2:5, вторая - точкой F в отношении 3:2, а четвертая - на четыре равные части точками, М, N и Р. Чему равна длина дуги: АМ, ВN, FE, МР, DМ, FА, СР, РС?
10. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, $AB = 1$. Построить сечение, проходящее через точки А, С и середину ребра BB_1 и найти его площадь

«Вопросы к экзамену»

1. Базовые знания и умения по математике в профессиональной и повседневной деятельности.
2. Действия над положительными и отрицательными числами, с обыкновенными и десятичными дробями.
3. Действия со степенями, формулы сокращенного умножения.
4. Линейные, квадратные, дробно-линейные уравнения и неравенства.
5. Простые проценты, разные способы их вычисления. Сложные проценты.
6. Простые и сложные проценты. Процентные вычисления в профессиональных задачах.
7. Вычисления и преобразования.
8. Уравнения и неравенства
9. Предмет стереометрии. Основные понятия (точка, прямая, плоскость, пространство).
10. Основные аксиомы стереометрии.
11. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве.
12. Перпендикулярность прямых.
13. Основные пространственные фигуры.
14. Параллельные прямая и плоскость. Определение. Признак. Свойства (с доказательством).
15. Параллельные плоскости. Определение. Признак. Свойства (с доказательством).
16. Тетраэдр и его элементы.
17. Параллелепипед и его элементы. Свойства противоположных граней и диагоналей параллелепипеда.
18. Построение основных сечений.
19. Параллельные прямые, перпендикулярные и плоскости.
20. Признак перпендикулярности прямой и плоскости
21. Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах.
22. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями.
23. Перпендикулярные плоскости. Расстояние в пространстве.
24. Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве.
25. Расстояние между двумя точкам. Сложение и вычитание векторов.
26. Умножение вектора на число. Скалярное произведение векторов.
27. Простейшие задачи в координатах.
28. Взаимное расположение прямых в пространстве.

29. Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей.
 30. Расположение прямых и плоскостей в окружающем мире. (природе, архитектуре, технике).
 31. Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей.
 32. Радианная и градусная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат.
 33. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Знаки синуса косинуса, тангенса и котангенса по четвертям.
 34. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла
 35. Тригонометрические тождества. Преобразования простейших тригонометрических выражений.
 36. Синус, косинус, тангенс и котангенс углов α и $-\alpha$.
 37. Область определения и множество значений тригонометрических функций.
 38. Чётность, нечётность, периодичность тригонометрических функций.
 39. Свойства и графики функций $y=\cos x$, $y=\sin x$, $y=\operatorname{tg} x$, $y=\operatorname{ctg} x$.
 40. Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций.
- Преобразование графиков тригонометрических функций
41. Обратные тригонометрические функции. Их свойства и графики
 42. Уравнение $\cos x = a$.
 43. Уравнение $\sin x = a$.
 44. Уравнение $\operatorname{tg} x = a$.
 45. Уравнение $\operatorname{ctg} x = a$.
 46. Решение тригонометрических уравнений, простейшие тригонометрические уравнения.
 47. Решение тригонометрических уравнений, сводящихся к квадратным, решаемые разложением на множители, однородные тригонометрических уравнения.
 48. Простейшие тригонометрические неравенства.
 49. Приращение аргумента. Приращения функции.
 50. Задачи, приводящие к понятию производной.
 51. Определение производной. Алгоритм отыскания производной.
 52. Формулы дифференцирования. Правила дифференцирования.
 53. Понятие непрерывной функции. Свойства непрерывной функции.
 54. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции в точке.
 55. Алгоритм решения неравенств методом интервалов.
 56. Геометрический смысл производной функции – угловой коэффициент касательной к графику функции.

57. Уравнение касательной к графику функции. Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции $y = f(x)$.
58. Возрастание и убывание функции, соответствие возрастания и убывания функции знаку производной.
59. Понятие асимптоты, способы их определения. Алгоритм исследования функции и построения её графика с помощью производной.
60. Исследование функции на монотонность и построение графика.
61. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций, построение графиков многочленов с использованием аппарата математического анализа.
62. Ознакомление с понятием интеграла и первообразной для функции $y = f(x)$.
63. Таблица формул для нахождения первообразных. Изучение правила вычисления первообразной.
64. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла – о вычислении площади криволинейной трапеции, о перемещении точки.
65. Понятие определенного интеграла.
66. Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
67. Призма (наклонная, прямая, правильная) и ее элементы.
68. Параллелепипед, свойства прямоугольного параллелепипеда. Куб.
69. Пирамида и ее элементы. Правильная пирамида.
70. Площадь поверхности многогранников. Простейшие комбинации многогранников.
71. Цилиндр, конус. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса.
72. Представление об усеченном конусе.
73. Сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси).
74. Развертка цилиндра и конуса.
75. Сфера, шар. Сечения шара. Изображение тел вращения на плоскости.
76. Площади поверхностей тел вращения.
77. Объем прямоугольного параллелепипеда. Объем куба. Объемы прямой призмы и пирамиды. Объемы цилиндра и конуса. Объем шара.
78. Обобщение представлений о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр).
79. Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Примеры симметрии в профессии.
80. Понятие корня n -ой степени из действительного числа.

81. Функция $y = \sqrt[n]{x}$ и её свойства и графики. Свойства корня n-ой степени. Преобразование иррациональных выражений.
82. Понятие степени с любым рациональным показателем. Степенные функции, их свойства и графики
83. Степень с произвольным действительным показателем. Определение показательной функции, её свойства и график.
84. Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей, методом введения новой переменной, функционально-графическим методом. Решение показательных неравенств.
85. Логарифм числа. Свойства логарифмов. Операция логарифмирования.
86. Логарифмическая функция, её свойства. Понятие логарифмического уравнения. Операция потенцирования
87. Три основных метода решения логарифмических уравнений: функционально-графический, метод потенцирования, метод введения новой переменной. Логарифмические неравенства.
88. Степенная, показательная и логарифмическая функции. Решение уравнений.
89. Совместные и несовместные события. Теоремы о вероятности суммы событий. Условная вероятность.
90. Зависимые и независимые события. Теоремы о вероятности произведения событий.
91. Относительная частота события, свойство её устойчивости. Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности события.
92. Виды случайных величин. Определение дискретной случайной величины.
93. Закон распределения дискретной случайной величины. Её числовые характеристики.
94. Первичная обработка статистических данных. Числовые характеристики: (среднее арифметическое, медиана, размах, дисперсия). Работа с таблицами, графиками, диаграммами.
95. Виды событий, вероятность событий. Сложение и умножение вероятностей.
96. Дискретная случайная величина, закон её распределения.

Практические работы

Тема 1.1. Цели и задачи математики при освоении специальности. Числа и вычисления.

Теоретический опрос

1. Какие числа называются натуральными? Обозначение.
2. Какие числа входят в множество целых чисел? Обозначение.
3. Какое множество называется множеством рациональных чисел и как это множество обозначается?
4. Какие обыкновенные дроби обращаются в конечные десятичные?
5. Какие десятичные дроби называются бесконечными периодическими?
6. Что называется периодом бесконечной периодической десятичной дроби?
7. Какие числа называются иррациональными и как обозначается множество иррациональных чисел?
8. Что понимается под абсолютной величиной действительного числа?

Практическое занятие № 1-2

Тема: Дробно-рациональные выражения

Тема: Степени. Преобразование выражений

Цель работы: Развитие навыков работы с действительными числами

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: абсолютная и относительная погрешности, основные числовые множества

Вариант 1

1. Округлить число 4,4886 до тысячных; до сотых; до десятых
2. Представить число $5,0(35)$ в виде обыкновенной дроби.
3. Представить число $2\frac{5}{14}$ в виде десятичной дроби.
4. Найти значение: $\frac{4}{25} + \frac{15}{4}$. Ответ представить в виде десятичной дроби.
5. Найти значение выражения: $\sqrt{13} + \sqrt{11}$. Ответ округлите до сотых.
6. Выполнить вычитание: $\frac{3m - n}{3n^2 - 3m^2} - \frac{n - 2m}{2m^2 + 3mn + n^2}$

Вариант 2

1. Округлить числа: 55,5603 до тысячных; до сотых; до десятых.

2. Представить число 2,(896) в виде обыкновенной дроби

3. Представить число $1\frac{5}{11}$ в виде десятичной дроби.

$$\frac{(3m - n) \cdot (2m + n) - (n - 2m) \cdot 3(n - m)}{3(n + m)(n - m)(2m + n)}$$

4. Упростить выражение:

5. Найти значение: $\frac{11}{36} - \frac{1}{6}$. Ответ представить в виде десятичной дроби.

6. Найти значение выражения: $\sqrt{17} + \sqrt{15}$. Ответ округлите до сотых.
Записать в виде обыкновенной дроби:

0, (6); 1,4(22); -3, (27).

0, (72); 1,4(2); -3, (17).

1,2(16); 0,3(2); -1, (07).

5,1(6); 4,11(4); -7, (11).

1, (46); 1,7(21); -2, (12).

Вычислите:

$$\frac{7}{36} \cdot 9 + 8 \cdot \frac{11}{32} + \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{18}.$$
$$\frac{7}{32} \cdot 8 + 6 \cdot \frac{11}{36} + \frac{5}{10} \cdot \frac{3}{16}.$$

Тема 1.2. Уравнения и неравенства.

Практическое занятие № 3

Тема: Линейные, квадратные, дробно-линейные уравнения и неравенства

Цель работы: Развитие навыков работы с уравнениями и неравенствами

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: комплексное число, модуль комплексного числа, формы представления.

Решите уравнения

$$2 - 3(2x + 2) = 5 - 4x.$$

$$3x + 5 + (x + 5) = (1 - x) + 4.$$

$$\frac{5x + 4}{2} + 3 = \frac{9x}{4}.$$

$$3 - \frac{x}{7} = \frac{x}{3}.$$

$$\frac{x}{12} + \frac{x}{8} + x = -\frac{29}{6}.$$

$$2x^2 - 10x = 0.$$

$$x^2 - x - 6 = 0.$$

$$x^2 + 3x = 4.$$

$$x^2 = 2x + 8.$$

$$x^2 + 7x - 18 = 0.$$

$$4x^2 + 7 = 7 + 24x.$$

$$\frac{3}{x-19} = \frac{19}{x-3}.$$

$$\frac{x-4}{x-6} = 2.$$

Решите неравенства

$$20 - 3(x - 5) < 19 - 7x.$$

$$4x + 5 \geq 6x - 2$$

$$9x - 4(2x + 1) > -8.$$

$$x^2 - 4x + 3 \geq 0$$

$$x^2 + x \geq 0.$$

$$-x^2 - 2x \leq 0.$$

$$\frac{x-2}{3-x} \geq 0$$

$$\frac{2x-7}{4-x} \geq 0$$

$$\frac{x-5}{4-x} \geq 0$$

Тема 1.3. Процентные вычисления в профессиональных задачах.

Практическое занятие № 4

Тема: Простые проценты, разные способы их вычисления. Сложные проценты

Цель работы: Развитие навыков работы с процентами

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: комплексное число, модуль комплексного числа, формы представления.

Теоретический опрос

1. Простые проценты
2. Способы вычисления процентов.
3. Сложные проценты.
4. Процентные вычисления в профессиональных задачах

1. В одном IT-стартапе стали применять эджайл, начали использовать скрам, повесили канбан и другие модные слова. Из-за этого производительность труда наладчика аппаратных и программных средств упала на 25%. На сколько процентов теперь увеличилось время выполнения каждой задачи из баг-трекера?

2. В день наладчик выполнил 35% всего задания, во второй день - 60% от того, что сделал в первый день, а в третий день - всю оставшуюся часть задания. Во второй день наладчик протянул на 184 м кабеля для интернета меньше, чем в третий день. Сколько кабеля протянул наладчик за три дня?

3. Бригаде наладчиков программных средств была установлена норма - протягивание кабеля по 2,5 км в день. В первый день бригада протянула 2 км, во второй день 3 км. Найдите процент выполнения нормы в первый и во второй день.

4. Первый рабочий производит продукцию на одну копейку в течении одной секунды. Второй - на один рубль за одну минуту. Во сколько раз производительность второго рабочего больше первого?

5. В цехе работают 20 рабочих, из них 8 электриков и 3 наладчика аппаратных и программных систем. Сколько процентов от всего числа рабочих составляют наладчики?

6. Зарплата наладчика составляет 100 рублей. Затем ее повысили на 20 %, а скоро понизили на 20 %. Сколько стал получать наладчик?

7. Цену на аппараты сначала снизили на 20%, затем новую цену снизили еще на 15 % и, наконец, после пересчета произвели снижения еще на 10%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену оборудования?

8. Рабочий день наладчика аппаратных систем уменьшился с 8 до 7 ч. На сколько процентов нужно повысить производительность труда, чтобы при тех же расценках заработная плата возросла на 5 %?

9. На монтаж приборов уходило 225 м кабеля. После внедрения новой схемы монтажа на этот же прибор стали расходовать 198 м кабеля. На сколько процентов уменьшилась затрата кабеля?

Тема 1.4. Решение задач.

Практическое занятие № 5

Тема: Уравнения и неравенства

Цель работы: Развитие навыков работы с уравнениями и неравенствами

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: комплексное число, модуль комплексного числа, формы представления.

Теоретический опрос

1. Линейные уравнения и неравенства
2. Квадратные уравнения и неравенства
3. Дробно-линейные уравнения и неравенства.

Решить:

1) Уравнения: 2) Неравенства

а) $x^2 - 7 = 0$ а) $x^2 - 9 < 0$

б) $2x^2 + 10x = 0$ б) $x^2 - 25 > 0$

в) $3x^2 + 300 = 0$ в) $x^2 \geq 10$

г) $x^2 + 3x - 40 = 0$ г) $10x^2 \leq 20$

д) $x^2 - 9x + 20 = 0$ д) $x^2 - 20x > 0$

$$е) x^2 + 11x - 12 = 0 \text{ е) } (x+1)(x-3) < 0$$

№1.

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} = 0$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x^2 - 4x + 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1, x_2 = 2 \\ x_1 \neq 1, x_2 \neq 3 \end{cases} \text{ по теореме Виета.}$$

1 – посторонний корень.

Ответ: 2.

№2.

$$x^4 - 10x^2 + 1 = 0$$

Пусть $y = x^2$

$$y^2 - 10y + 1 = 0$$

$$y_{1,2} = 5 \pm \sqrt{24}$$

$$x^2 = 5 + \sqrt{24} \text{ и } x^2 = 5 - \sqrt{24}$$

$$x_1 = \sqrt{5 + \sqrt{24}} \quad x_3 = \sqrt{5 - \sqrt{24}}$$

$$x_2 = -\sqrt{5 + \sqrt{24}} \quad x_4 = -\sqrt{5 - \sqrt{24}}$$

№3.

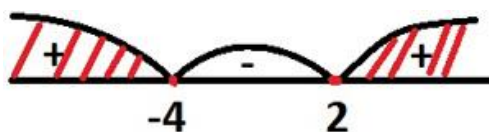
$$-x^2 - 2x + 8 < 0 \mid \text{Ч } (-1)$$

$$x^2 + 2x - 8 > 0$$

1-й способ (методом интервалов).

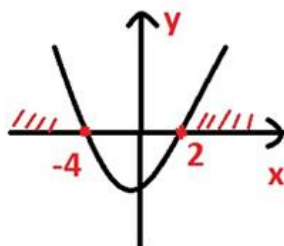
$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$x_1 = -4$; $x_2 = 2$ по теореме Виета.



Ответ: $(-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$.

2-ой способ (с помощью параболы).



Ответ: $(-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$.

4. Самостоятельная работа (на экране) с проверкой в классе.

$$1. \frac{x^2 + 1}{x - 4} - \frac{x^2 - 1}{x + 3} = 23$$

$$2. \frac{x^2 + 1}{2x + 3} + \frac{2x + 3}{x^2 + 1} = \frac{29}{10}$$

$$3. x^6 - 9x^3 + 8 = 0$$

$$4. 3x^2 - x + 1 < 0$$

$$5. x^2 - 5x \leq -4$$

Сверим ответы:

1	2	3	4	5
$-\frac{55}{16}; 5$	$\frac{(5 \pm \sqrt{51})}{2}; 1; -\frac{4}{5}$	1; 2	Решения нет.	[1;4]

$$1. \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x + 2)^2} = \frac{10}{9}$$

$$2. x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$3. \frac{(x - 1)(x + 2)}{3 - x} \leq 0$$

Тема 1.5. Геометрия на плоскости

Практическое занятие № 6

Тема: Геометрия на плоскости

Цель работы: Развитие навыков работы с геометрией на плоскости

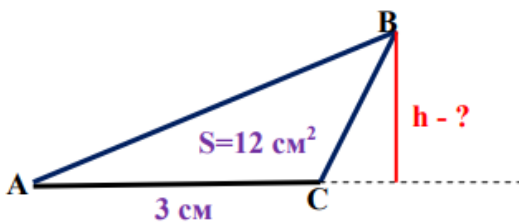
Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: комплексное число, модуль комплексного числа, формы представления.

Задача № 1. Одна из сторон треугольника 3 см. найти длину высоты проведённой к этой стороне, если площадь треугольника 12 см.

Решение.



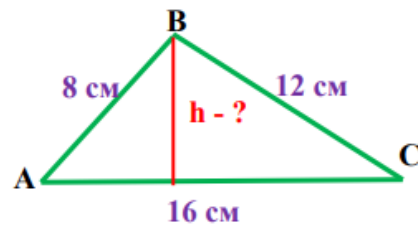
$$S = \frac{1}{2} a h_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a};$$

$$h_a = \frac{2 \cdot 12}{3} = 8 \text{ (см)}.$$

Ответ: 8 (см).

Задача № 2. Стороны треугольника 8 см, 12 см, 16 см, Найти длину высоты, проведённой к наибольшей стороне.

Задача № 3. В треугольнике две стороны равны 16 см и 22 см. Высота, проведённая к меньшей из этих сторон, равна 11 см. Найти длину высоты, проведённой к другой стороне.



Решение: 1) Наибольшая сторона треугольника AC=16 см. Следовательно, надо найти высоту h_{AC} .

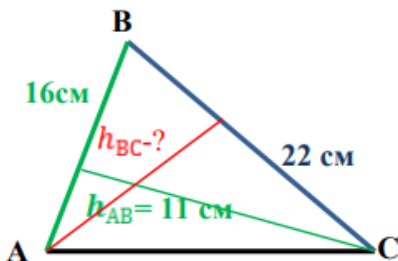
$$2) S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot h_{AC} \Rightarrow h_{AC} = \frac{2S}{AC};$$

$$3) S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ где } p = \frac{a+b+c}{2}.$$

$$p = \frac{8+12+16}{2} = 18 \text{ (см)}; S = \sqrt{18 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 2} = 12\sqrt{15} \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$4) h_{AC} = \frac{2 \cdot 12\sqrt{15}}{16} = 1,5\sqrt{15} \text{ (см)}.$$

Ответ: $1,5\sqrt{15}$ (см).



Решение. 1) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot h_{AB}$ и $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot h_{BC}$

2) Следовательно,

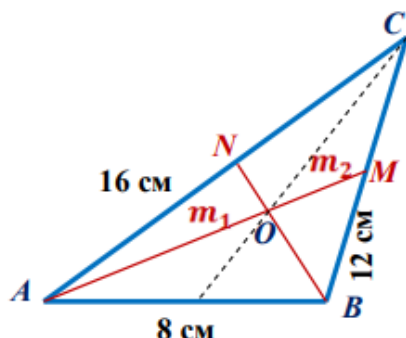
$$\frac{1}{2} \cdot AB \cdot h_{AB} = S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot h_{BC} \Rightarrow AB \cdot h_{AB} = BC \cdot h_{BC};$$

$$3) 16 \cdot 11 = 22 \cdot h_{BC}$$

$$h_{BC} = \frac{16 \cdot 11}{22} = 8 \text{ (см)}.$$

Все три медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников. (1)

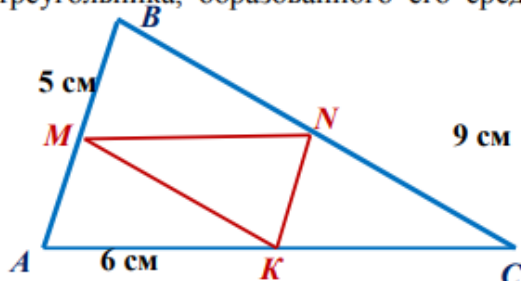
Задача. В треугольнике со сторонами 8 см, 12 см, 16 см проведены две медианы BN и AM (O – точка их пересечения). Найти площадь фигуры NOMC.



Решение. 1) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p = \frac{a+b+c}{2}$. $p = \frac{16+12+8}{2} = 18$ (см); $S = \sqrt{18 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 2} = 12\sqrt{30}$ (см²); 2) дополнительное построение: проведём третью медиану; 3) по свойству (1) площади шести полученных треугольников равны: $S_1 = \frac{12\sqrt{30}}{6} = 2\sqrt{30}$ (см²); 4) площадь искомой фигуры равна $2S_1 = 2 \cdot 2\sqrt{30} = 4\sqrt{30}$ (см²).
 Ответ: $2\sqrt{30}$ (см²);

Все три средние линии делят треугольник на четыре равных, а следовательно, равновеликих треугольника. (2)

Задача. Стороны треугольника равны 5 см, 8 см, 6 см. Найти площадь треугольника, образованного его средними линиями.

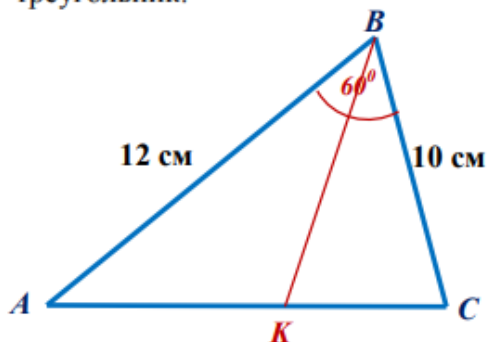


Решение.

1) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p = \frac{a+b+c}{2}$. $p = \frac{6+5+9}{2} = 10$ (см); $S = \sqrt{1 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 5} = 10\sqrt{2}$ (см²); 2) по свойству (2) $S_{\Delta MNK} = \frac{1}{4} S_{\Delta ABC}$. 3) $S_{\Delta MNK} = \frac{1}{4} \cdot 10\sqrt{2} = 2,5\sqrt{2}$ (см²).
 Ответ: $2,5\sqrt{2}$ (см²).

Биссектриса угла треугольника делит его на два треугольника, площади которых относятся как стороны, образующие этот угол. (3)

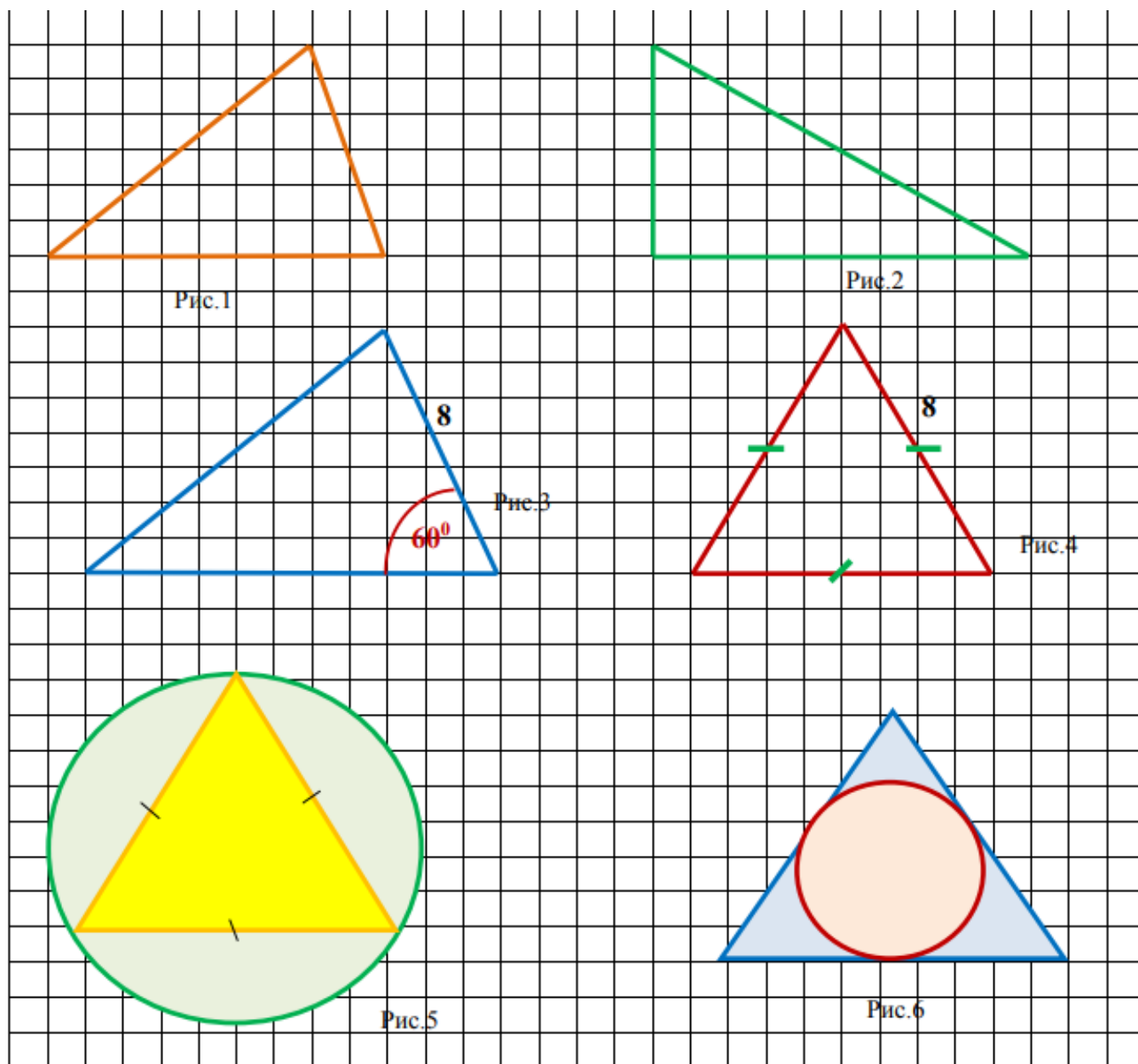
Задача. В треугольнике стороны 12 см и 10 см образуют угол 60°. Найти площади треугольников, на которые биссектриса этого угла делит данный треугольник.



Решение. 1) $S = \frac{1}{2}ac \sin \beta \Rightarrow S = \frac{1}{2}12 \cdot 10 \sin 60^\circ = 30\sqrt{3}$ (см²); 2) по свойству (3) $\frac{S_{\Delta ABK}}{S_{\Delta BCK}} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{S_{\Delta ABK}}{S_{\Delta BCK}} = \frac{12}{10} \Rightarrow \frac{S_{\Delta ABK}}{S_{\Delta BCK}} = \frac{6}{5}$; 3) $S_{\Delta ABK} = \frac{30\sqrt{3} \cdot 6}{11} = \frac{180\sqrt{3}}{11}$ (см²); 4) $S_{\Delta BCK} = \frac{30\sqrt{3} \cdot 5}{11} = \frac{150\sqrt{3}}{11}$ (см²).
 Ответ: $\frac{180\sqrt{3}}{11}$ (см²); $\frac{150\sqrt{3}}{11}$ (см²).

5. Вычислить площадь треугольника

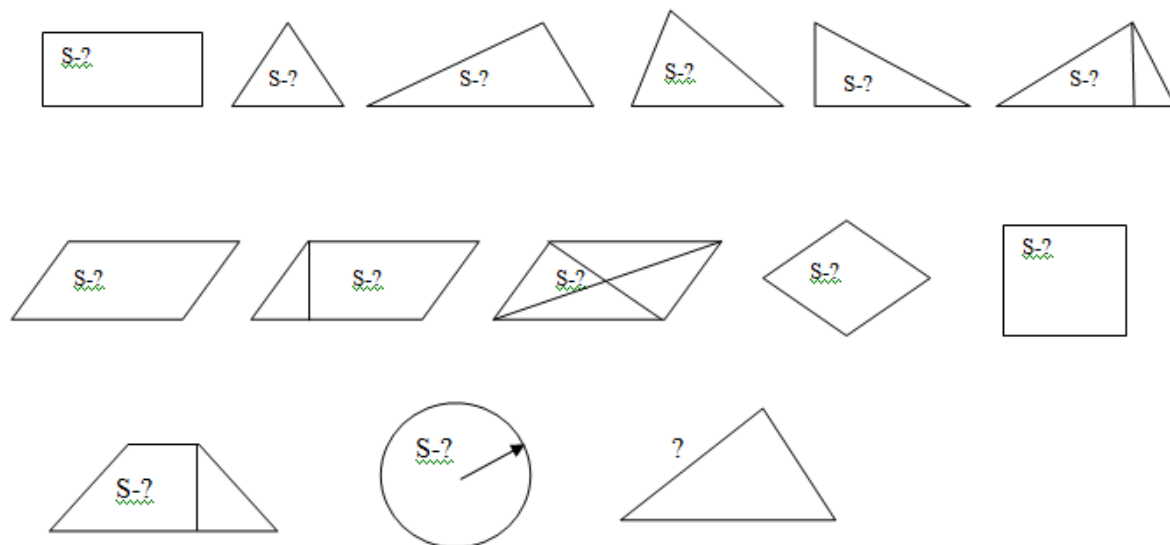
На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Вычислить его площадь.



Критерии оценивания:	«5»	6 верных ответов
	«4»	5 верных ответов
	«3»	4 верных ответа
	«2»	Менее 4 верных ответа

Ответы для самооценки:

1	2	3	4	5	6
$0,5 \cdot 9 \cdot 6 = 27$	$0,5 \cdot 6 \cdot 10 = 30$	$0,5 \cdot 10 \cdot 8 \cdot \sqrt{3} / 2 = 20\sqrt{3}$	$\frac{64\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$	$\frac{3\sqrt{3} \cdot 25}{4} = \frac{75\sqrt{3}}{4}$	$3\sqrt{3} \cdot 2,5^2 = 18,75\sqrt{3}$



Тема 1.6. Входной контроль.

Практическое занятие № 7

Тема: Входной контроль

Цель работы: Развитие навыков работы с различными задачами

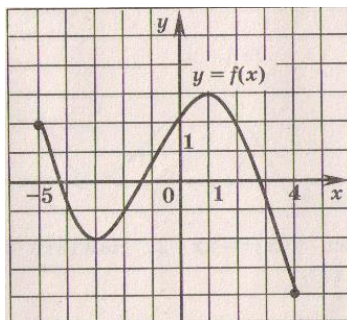
Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: комплексное число, модуль комплексного числа, формы представления.

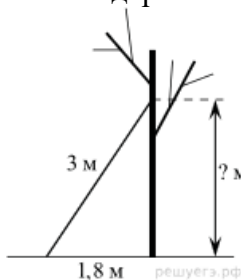
Вариант – 1.

1. (16) Вычислите: $\left(2,25 + \frac{1}{8}\right) : 3\frac{1}{3}$.
2. (16) Решите уравнение: $4x + 11 = x + 13$.
3. (16) Решить уравнение: $2x^2 + 2x - 4 = 0$.
4. (16) Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?
5. (16) Крыша гаража имеет форму прямоугольника со сторонами 3м и 4м. Сколько килограммовых банок краски требуется приобрести для ее покраски, если на 1м^2 расходуется 300грамм краски. Какова стоимость покупки, если одна банка стоит 450 руб.
6. (16) Найдите сложные проценты за два года, начисленные на 500 тыс.руб. по ставке 15% годовых.
7. (16) Функция $y = f(x)$ задана графиком на промежутке $[-5; 4]$. Укажите промежутки возрастания и убывания функции.



8. (16) Решите неравенство: $x^2 - 17x + 72 \geq 0$

9. (16) Лестницу длиной 3 м прислонили к дереву. На какой высоте (в метрах) находится верхний её конец, если нижний конец отстоит от ствола дерева на 1,8 м?



$$\begin{cases} 3x + 7 \geq 9 + 2x, \\ 5 + x \geq 2x + 2. \end{cases}$$

10. (26) Решите неравенство

11. (36) Радиус вписанной в квадрат окружности равен $18\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата и площадь квадрата.

Критерии оценивания

0 – 4 баллов – оценка 2 (неудовлетворительно);

5 – 7 баллов – оценка 3 (удовлетворительно);

8– 10 баллов – оценка 4 (хорошо);

11– 14 баллов – оценка 5 (отлично).

Контрольная работа №1 «Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства. Геометрия на плоскости» Вариант – 2.

1. (16) Вычислить: $\left(2\frac{1}{2} - \frac{3}{5}\right) \cdot 2,5$.

2. (16) Решите уравнение: $11x - 3 = 2x + 6$.

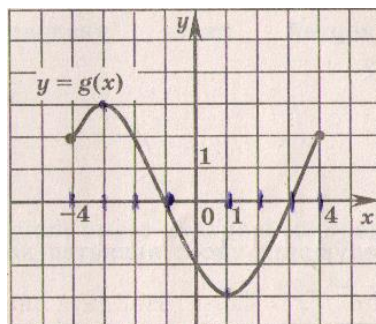
3. (16) Решить уравнение: $2x^2 + 3x - 2 = 0$.

4. (16) Стоимость билета на автобусную экскурсию составляла 320 рублей. Какое максимальное количество школьников может поехать на экскурсию, если родительский комитет класса выделил на поездку 15000 рублей, а стоимость билета снизилась на 10%?

5. (16) Требуется покрасить забор длиной 20 м и высотой 2 м. Сколько банок краски по 3 кг надо купить, если на 1 м^2 расходуется 250 граммов краски. Какова стоимость покупки, если одна банка стоит 240 руб.

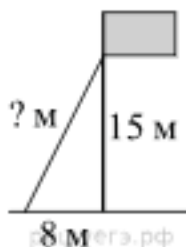
6. (16) Найдите сложные проценты за два года, начисленные на 500 тыс.руб. по ставке 15% годовых.

7. (26) Функция $y = f(x)$ задана графиком на промежутке $[-4; 4]$. С помощью графика найдите промежуток, на котором функция убывает.



8. (16) Решите неравенство: $x^2 - 4x + 3 \geq 0$.

9. (16) Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 15 м от земли. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 8 м. Найдите длину троса.



10. (26)
$$\begin{cases} 2x - 3 > x - 3, \\ 4x + 3 > 8 - x. \end{cases}$$

11. (36) Найдите высоту правильного треугольника и его площадь, если его сторона равна $10\sqrt{3}$.

Критерии оценивания

0 – 4 баллов – оценка 2 (неудовлетворительно);

5 – 7 баллов – оценка 3 (удовлетворительно);

8 – 10 баллов – оценка 4 (хорошо);

11 – 14 баллов – оценка 5 (отлично).

Тема 2.1. Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей

Теоретический опрос

1. Основные понятия стереометрии?

2. Аксиомы стереометрии.

Практическая работа № 8

Тема: Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей

Цель работы: Развитие навыков работы с прямыми и плоскостями в пространстве

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: прямая, точка, плоскость

1. Точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости. Пересекаются ли плоскости, проходящие через точки A, B, C и A, B, D ?
2. Три прямые проходят через одну точку. Через каждые две из них проведена плоскость. Сколько всего проведено плоскостей?
3. Три прямые попарно пересекаются. Докажите, что они либо лежат в одной плоскости, либо имеют общую точку.
4. Докажите, что если данная прямая параллельна прямой, по которой пересекаются две плоскости, и не лежит в этих плоскостях, то она параллельна этим плоскостям
5. Сторона AC треугольника ABC параллельна плоскости α , а стороны AB и BC пересекаются с этой плоскостью в точках M и N . Докажите, что треугольники ABC и MBN подобны
6. Плоскость α проходит через точки B и C и параллельна отрезку DE . Найдите длину отрезка BC .
7. Основание AB трапеции $ABCD$ параллельно плоскости α , а вершина C лежит в этой плоскости. Докажите, что: а) основание CD трапеции лежит в плоскости α ; б) средняя линия трапеции параллельна плоскости α .

Тема 2.2. Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей

Теоретический опрос

1. Какие прямые называются параллельными?
2. Сформулируйте теорему о параллельных прямых.
3. Лемма о пересечении плоскости параллельными прямыми..
4. Какие плоскости называются параллельными?
5. Какие прямые называются скрещивающимися?
6. Признак скрещивающихся прямых.
7. Перечислите основные случаи расположения двух прямых в пространстве.

Практическая работа № 9-10

Тема: Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей

Тема: Построение основных сечений

Цель работы: Развитие навыков работы с прямыми и плоскостями в пространстве

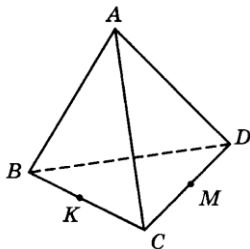
Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: прямая, точка, плоскость

Вариант № 1

1. Пользуясь рисунком, укажите:



- а) две точки, не принадлежащие плоскости ABC;
- б) прямую, по которой пересекаются плоскости BCD и ABM.
- в) плоскость, проходящая через прямые AM и CD.

2. Известно, что точки A, B, C и D лежат в одной плоскости. Определите, могут ли прямые AB и CD:

- а) быть параллельными; б) пересекаться; в) быть скрещивающимися.

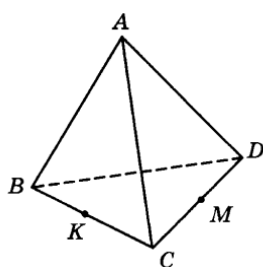
3. Три различные прямые b , c и m расположены в пространстве так, что прямая b параллельна прямой c , прямая c параллельна прямой m . Какие из следующих утверждений являются верными?

- (1) Прямые b , c и m лежат в одной плоскости. (2) Прямые b и m лежат в одной плоскости.
- (3) Прямые b и m параллельны. (4) Прямая b пересекает плоскость, в которой лежат прямые c и m .

4. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ в плоскости ABCD найдите прямые, параллельные прямой $B_1 C_1$.

Вариант № 2

1. Пользуясь рисунком, укажите:



- а) две точки, не принадлежащие плоскости ABD;
- б) прямую, по которой пересекаются плоскости ABC и ADK.
- в) плоскость, проходящая через прямые DK и BC.

2. Известно, что точки A, B, C и D не лежат в одной плоскости. Определите, могут ли прямые AB и CD:

- а) быть параллельными; б) пересекаться; в) быть скрещивающимися.

3. Три различные прямые a , b и m расположены в пространстве так, что прямая a параллельна прямой b , прямая b параллельна прямой m . Какие из следующих утверждений являются верными?

- (1) Прямые a , b и m лежат в одной плоскости.
- (2) Прямые a и m лежат в одной плоскости.
- (3) Прямые a и m параллельны.
- (4) Прямая a пересекает плоскость, в которой лежат прямые b и m .

4. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ в плоскости ABCD найдите прямые, параллельные прямой $A_1 B_1$.

Тема 2.3. Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей

Теоретический опрос

1. Какие прямые называются перпендикулярными?
2. Что такое перпендикуляр?
3. Что такое наклонная?
4. Перечислите основные случаи расположения прямой и плоскости.
5. Теорема о трех перпендикулярах.

Практическая работа № 11

Тема: Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей.

Цель работы: Развитие навыков работы с прямой и плоскостью

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

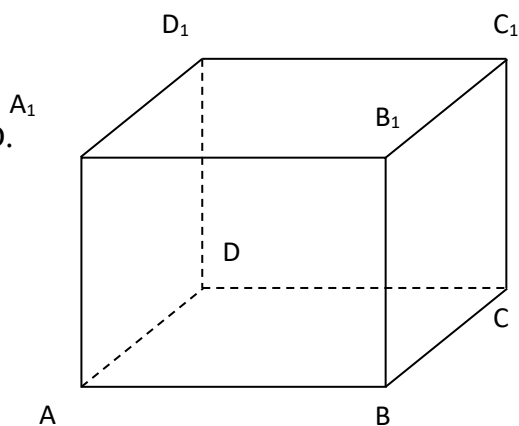
Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: перпендикулярность прямой и плоскости, перпендикуляр и наклонная

Вариант №1

1. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Укажите плоскости, перпендикулярные прямой AB .
2. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите величину угла между прямыми:
 - а) AC и CC_1 ;
 - б) BC_1 и $A_1 C_1$.
3. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

Найдите величину угла между прямыми: AA_1 и $B_1 D$.



Тема 2.4. Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах

Теоретический опрос

1. Какие прямые называются перпендикулярными?
2. Что такое перпендикуляр?

3. Что такое наклонная?
4. Перечислите основные случаи расположения прямой и плоскости.
5. Теорема о трех перпендикулярах.

Практическая работа № 12

Тема: Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах

Цель работы: Развитие навыков работы с прямыми и плоскостями в пространстве

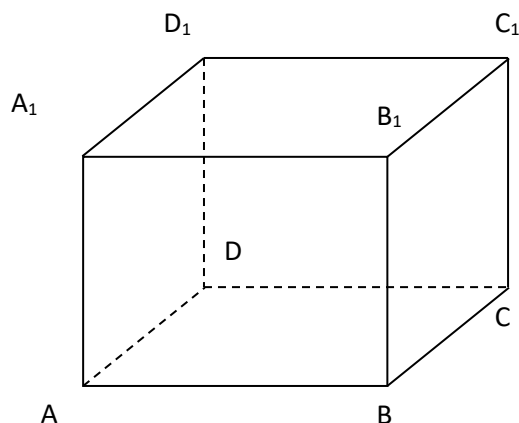
Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: прямая, точка, плоскость

Вариант №2

1. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Укажите плоскости, перпендикулярные прямой AD .
2. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите величину угла между прямыми:
 - а) AD_1 и B_1C ;
 - б) AB_1 и BC_1
3. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите величину угла между прямыми: AA_1 и BD .



Тема 2.5. Координаты и векторы в пространстве

Теоретический опрос

1. Что такое и как изображаются векторы на плоскости.
2. Как устанавливается связь между координатами и векторами.
3. Что такое Декартова система координат в пространстве.
4. Векторы в пространстве. Скалярное произведение векторов в пространстве.
5. Что такое и как изображаются векторы в пространстве.

Практическая работа № 13

Тема: Координаты и векторы в пространстве

Цель работы: Развитие навыков работы с векторами

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: вектор, пространство

1. Запишите координаты векторов: $a = 3i + 2j - 5k$, $b = -bi + 3j - k$, $c = i - j$, $d = j + k$, $n = 0,7k$.
2. Даны векторы $a \{5; -1; 2\}$, $b \{-3; -1; 0\}$, $c \{0; -1; 0\}$, $d \{0; 0; 0\}$. Запишите разложения этих векторов по координатным векторам i, j, k .
3. Докажите, что каждая координата суммы (разности) двух векторов равна сумме (разности) соответствующих координат этих векторов.

Вариант № 1

1. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если:
 - а) $\vec{a} (2; -1; 4)$, $\vec{b} (3; 2; -1)$
 - б) $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $\cos(\widehat{\vec{a} \vec{b}}) = \frac{1}{6}$
2. Найдите значение m , при котором векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны, если $\vec{a} (2; -4; m)$, $\vec{b} (3; -1; 5)$.
3. Даны точки $A(3; -2; 1)$, $B(-2; 1; 3)$, $C(1; 3; -2)$. Найдите угол между векторами $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BC}$.

Вариант № 2

1. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если:
 - а) $\vec{a} (-2; 3; 1)$, $\vec{b} (-1; -1; 4)$
 - б) $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $\cos(\widehat{\vec{a} \vec{b}}) = 0,1$
2. Найдите значение m , при котором векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны, если $\vec{a} (3; 2; -1)$, $\vec{b} (2; m; -2)$.
3. Даны точки $A(3; -2; 1)$, $B(-2; 1; 3)$, $C(1; 3; -2)$. Найдите угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

Тема 2.6. Прямые и плоскости в практических задачах

Теоретический опрос

1. Что такое и как изображаются векторы на плоскости.
2. Как устанавливается связь между координатами и векторами.
3. Что такое Декартова система координат в пространстве.
4. Векторы в пространстве. Скалярное произведение векторов в пространстве.
5. Что такое и как изображаются векторы в пространстве.

Практическая работа № 14

Тема: Прямые и плоскости в практических задачах

Цель работы: Развитие навыков работы с прямыми и плоскостями

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: вектор, пространство, прямая, плоскость

Вариант № 1

1. Напишите уравнение окружности с центром в точке $(2; -5)$.
2. Напишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(2; -3)$ и $B(4; 2)$.
3. Проверьте, принадлежит ли точка $A(3; 14)$, $B(4; 13)$ прямой $7x - 3y + 21 = 0$.
4. Прямая, параллельная оси Ox , проходит через точку $(-2; 2)$. Составьте уравнение этой прямой.
5. Найдите координаты центра и радиус окружности $x^2 + y^2 - 8x - 10y - 8 = 0$.
6. Составьте уравнение окружности, касающейся оси абсцисс в точке $A(3; 0)$ и имеющей радиус, равный 6.

Вариант № 2

1. Напишите уравнение окружности с центром в точке $(1; -1)$.
2. Напишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(-1; -3)$ и $B(2; 8)$.
3. Проверьте, принадлежит ли точка $A(-3; 4)$, $B(5; 7)$ прямой $5x + 4y - 27 = 0$.
4. Прямая, параллельная оси Ox , проходит через точку $(-3; 1)$. Составьте уравнение этой прямой.
5. Найдите координаты центра и радиус окружности $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 13 = 0$.
6. Составьте уравнение окружности, касающейся оси ординат в точке $A(0; 4)$ и имеющей радиус, равный 5.

Тема 2.7. Решение задач. Прямые и плоскости, координаты и векторы в пространстве

Теоретический опрос

1. Что такое и как изображаются векторы на плоскости.
2. Как устанавливается связь между координатами и векторами.
3. Что такое Декартова система координат в пространстве.
4. Векторы в пространстве. Скалярное произведение векторов в пространстве.
5. Что такое и как изображаются векторы в пространстве.

Практическая работа № 15

Тема: Решение задач. Прямые и плоскости, координаты и векторы в пространстве

Цель работы: Развитие навыков работы с прямыми и плоскостями

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: вектор, пространство, прямая, плоскость

Вариант № 1

1. Даны точки $A(3; -2; -1)$, $B(0; 0; 2)$, $C(4; -7; 0)$. Укажите, какие из них принадлежат плоскости $2x - 3y + 4z - 8 = 0$.
2. Найдите угол между плоскостями $2x - 3y + 4z - 1 = 0$ и $3x - 4y - z + 3 = 0$.
3. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2; 3; 4)$ и параллельной плоскости $x + 2y - 3z + 4 = 0$.
4. Найдите координаты центра C и радиус R сферы, заданной уравнением
$$(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + z = 5.$$
5. Напишите уравнение сферы с центром в $C(4; -1; 3)$, проходящей через точку $A(-2; 3; 1)$.
6. Доказать что $ABCD$ – квадрат, если: $A(-4; -3; 5)$, $B(-2; 3; -4)$, $C(4; 10; 2)$, $D(2; 4; 11)$.
7. Доказать что $ABCD$ – квадрат, если: $A(-2; -1; 6)$, $B(-5; -4; 2)$, $C(6; 5; -3)$, $D(4; 0; 11)$.

Вариант № 2

1. Даны точки $A(-3; 2; 1)$, $B(2; 0; 2)$, $C(-4; -2; 1)$. Укажите, какие из них принадлежат плоскости $2x - 3y + 4z - 8 = 0$.
2. Найдите угол между плоскостями $x - y + z + 1 = 0$ и $2x + 3y - z - 3 = 0$.
3. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1; -1; 2)$ и параллельной плоскости $x + 2y - 2z + 2 = 0$.
4. Найдите координаты центра C и радиус R сферы, заданной уравнением
$$(x - 4)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 7.$$
5. Напишите уравнение сферы с центром в $C(-3; 1; -2)$, проходящей через точку $A(3; 4; -1)$.
6. Доказать что $ABCD$ – квадрат, если: $A(1; -2; -4)$, $B(3; -5; 2)$, $C(6; 1; 4)$, $D(4; 4; -2)$.
7. Доказать что $ABCD$ – квадрат, если: $A(-6; -6; 6)$, $B(-4; -1; -8)$, $C(6; 9; -3)$, $D(4; 4; 11)$.

Тема 3.1. Тригонометрические функции произвольного угла, числа

Практическая работа № 16

Тема: Тригонометрические функции произвольного угла, числа.

Цель работы: Развитие навыков работы с преобразованием тригонометрических выражений

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: основные формулы для преобразования данных рассмотренных выражений

Выразите в радианной мере величины углов: 34^0 , 115^0 , 60^0 , -4^0 , 175^0 , 68^0 , 74^0 , 111^0 , 630^0

Выразите в градусной мере величины углов: $\frac{\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{8}$, $\frac{\pi}{8}$, $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{4\pi}{39}$, $\frac{5\pi}{14}$, $\frac{3\pi}{65}$, $\frac{4\pi}{5}$, $\frac{5\pi}{12}$, $\frac{6\pi}{33}$

Первая четверть разделена точкой M в отношении 2:3. Чему равна длина дуги: AM , MB , DM , MC ?

Найдите на числовой окружности точку, которая соответствует заданному числу: $\frac{\pi}{2}$; π ; $\frac{3\pi}{2}$; 2π , 7, 32.

1. Найдите радианную меру угла, если:

а) 57° ;

б) 124° ;

в) 630° .

2. Найдите градусную меру угла, если:

а) $\frac{3\pi}{5}$;

б) $\frac{5\pi}{8}$;

в) $-\frac{7\pi}{10}$.

3. В заданиях № 1 и № 2 укажите четверти, в которых расположены данные углы.

4. Найдите радианную меру угла, который соответствует дуге окружности длиной 4 см, если радиус окружности равен 1,5 см.

5. Найдите площадь кругового сегмента, если радиус окружности 2 см, а угол равен $\alpha = \frac{3\pi}{4}$.

Тема 3.2. Основные тригонометрические тождества

Практическая работа № 17

Тема: Основные тригонометрические тождества.

Цель работы: Развитие навыков работы с преобразованием тригонометрических выражений

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: основные формулы для преобразования данных рассмотренных выражений

Определите, в какой координатной четверти находится аргумент тригонометрической функции:

$$\sin 8\pi/9;$$

$$\operatorname{tg} 12\pi/15;$$

$$\cos 9\pi/10;$$

$$\cos 7\pi/18;$$

$$\sin 3\pi/5;$$

$$\operatorname{ctg} 5\pi/3;$$

$$\operatorname{tg} 4\pi/9;$$

$$\cos 9\pi/20.$$

Определите, в какой координатной четверти находится аргумент тригонометрической функции:

$$\sin 21\pi/6;$$

$$\cos 19\pi/3;$$

$$\sin (-25\pi/9);$$

$$\operatorname{tg} (-11\pi/4).$$

1. Найдите радианную меру угла, если:

а) 44° ;

б) 156° ;

в) 625° .

2. Найдите градусную меру угла, если:

а) $\frac{5\pi}{18}$;

б) $\frac{4\pi}{9}$;

в) $-\frac{7\pi}{12}$.

3. В заданиях № 1 и № 2 укажите четверти, в которых расположены данные углы.

4. Найдите радианную меру угла, который соответствует дуге окружности длиной 5 см, если радиус окружности равен 1,5 см.

5. Найдите площадь кругового сегмента, если радиус окружности 3 см, а угол равен $\alpha = \frac{5\pi}{4}$.

Тема 3.3. Основные тригонометрические тождества

Практическая работа № 18-19

Тема: Тригонометрические функции, их свойства и графики ($y=\cos x$, $y=\sin x$).

Тема: Тригонометрические функции, их свойства и графики ($y=\operatorname{tg} x$, $y=\operatorname{ctg} x$)

Цель работы: Развитие навыков работы с преобразованием тригонометрических выражений

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: графики функций

Определите, в какой координатной четверти находится аргумент тригонометрической функции:

$$\sin 8\pi/9;$$

$$\cos 9\pi/10;$$

$$\cos 7\pi/18;$$

$$\sin 3\pi/5;$$

$$\cos 9\pi/20.$$

Определите, в какой координатной четверти находится аргумент тригонометрической функции:

$$\sin 21\pi/6;$$

$$\cos 19\pi/3;$$

$$\sin (-25\pi/9);$$

1. Найдите радианную меру угла, если:

а) 44° ;

б) 156° ;

в) 625° .

2. В заданиях № 1 и № 2 укажите четверти, в которых расположены данные углы.

3. Найдите площадь кругового сегмента, если радиус окружности 3 см, а угол равен $\alpha = \frac{5\pi}{4}$.

Тема 3.4. Обратные тригонометрические функции

Практическая работа № 20

Тема: Обратные тригонометрические функции.

Цель работы: Развитие навыков работы с преобразованием тригонометрических выражений

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: основные формулы для преобразования данных рассмотренных выражений, обратные тригонометрические функции

Определите, в какой координатной четверти находится аргумент тригонометрической функции:

$$\operatorname{tg} 12\pi/15;$$

$$\operatorname{ctg} 5\pi/3;$$

$$\operatorname{tg} 4\pi/9;$$

Определите, в какой координатной четверти находится аргумент тригонометрической функции:

$$\operatorname{tg}(-11\pi/4).$$

2. Найдите градусную меру угла, если:

а) $\frac{5\pi}{18}$;

б) $\frac{4\pi}{9}$;

в) $-\frac{7\pi}{12}$.

4. Найдите радианную меру угла, который соответствует дуге окружности длиной 5 см, если радиус окружности равен 1,5 см.

Тема 3.5. Тригонометрические уравнения и неравенства.

Практическая работа № 21-23

Тема: Решение простейших тригонометрических уравнений

Тема: Решение тригонометрических уравнений сводящихся к квадратным, решаемых разложением на множители, однородных уравнений

Тема: Решение тригонометрических неравенств

Цель работы: Развитие навыков работы с тригонометрическими уравнениями и неравенствами

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: тригонометрическое уравнение, тригонометрическое неравенство

Решите уравнения:

1. $2 \sin x + \sqrt{2} = 0$.

2. $\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$.

3. $\sin^2 x - 2 \cos x + 2 = 0$.

4. $\sin x \cos x + 2 \sin^2 x = \cos^2 x$.

5. Решите уравнение: $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 2$.

1. $6 \cdot \cos^2 x + \cos 3x = \cos x$.

2. $2 \sin^2 x - 7 \sin x + 3 = 0$.

3. $2 \cos^2 x - 7 \cos x - 1 = 0$.

4. $2 \sin^2 x + 7 \cos x + 2 = 0$.

5. $\sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x + 2 \cos^2 x = 0$.

6. $2 \sin^2 x - \sin x + 1 = 0$.

7. $\cos^2 x + 6 \sin x - 6 = 0$.

8. $\operatorname{tg} x + 2 \operatorname{ctg} x = 3$.

9. $6 \cos^2 x - 5 \cos x - 4 = 0$.

1. Вычислите:

$$\sin\left(\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$$

$$\operatorname{tg}\left(\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\frac{1}{3}\left(\arccos\frac{1}{3} + \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)\right)$$

$$\operatorname{ctg}(\arccos 0)$$

2. Решите уравнения

$$\operatorname{tg}(\pi + x) = \sqrt{3}$$

$$2\operatorname{ctg}(2\pi + x) - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}$$

$$-\sqrt{3}\operatorname{tg}(\pi - x) = 1$$

$$\operatorname{ctg}(2\pi - x) + \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 2$$

$$2\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}\operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = 3$$

$$2\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$$

$$\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0$$

Тема 3.6. Решение задач. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции

Практическая работа № 24

Тема: Основы тригонометрии. Тригонометрические функции

Цель работы: Развитие навыков работы с тригонометрическими уравнениями и неравенствами

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: тригонометрическое уравнение, тригонометрическое неравенство

Решите уравнения:

1. $2\cos x + \sqrt{3} = 0.$

2. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0.$

3. $\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0.$

4. $3\sin^2 x = 2\sin x \cos x + \cos^2 x.$

5. Решите уравнение: $5\sin^2 x - 2\sin x \cos x + \cos^2 x = 4.$

1. $\sqrt{3}\sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0.$

2. $\cos 2x + \cos x = 0.$

3. $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0.$

4. $\cos 2x = 2\cos x - 1.$

5. $\cos 2x + 8\sin x = 3.$

6. $6 \cdot \cos^2 x + \cos 3x > \cos x$.
7. $2\sin^2 x - 7\sin x + 3 \leq 0$.
8. $2\cos^2 x - 7\cos x - 1 < 0$.
9. $2\sin^2 x + 7\cos x + 2 \geq 0$.

1. Вычислите:

$$\sin\left(\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\cos\left(2 \arccos \frac{1}{2} - 3 \arccos 0 - \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$$

$$\cos\left(2 \arccos \frac{1}{2} - 3 \arccos 0 - \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$$

$$\frac{1}{3}\left(\arccos \frac{1}{3} + \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)\right)$$

2. Решите уравнения

$$\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = -1$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = -1$$

$$2 \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{4}\right) = \sqrt{3}$$

$$2 \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \sqrt{2}$$

$$\operatorname{tg} x - 2 \operatorname{ctg} x + 1 = 0$$

$$\frac{\operatorname{tg} x + 5}{2} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$2 \operatorname{ctg} x - 3 \operatorname{tg} x + 5 = 0$$

$$\frac{7 - \operatorname{ctg} x}{4} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

Тема 4.1. Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования.

Практическая работа № 25

Тема: Формулы и правила дифференцирования

Цель работы: Развитие навыков работы с правилами дифференцирования

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: производная, правила вычисления производных

Вычислить производные функций, используя определение.

1. $f(x) = 9x^2 - 4x + 1$
2. $f(x) = 12x^2 - 6x + 11$
3. $f(x) = 3x^3 + 4x^2 + 3x - 5$
4. $f(x) = -2x^3 + 5x^2 - x + \sqrt{3}$
5. $f(x) = 7x^3 + 3x^2 + 2x - 5$

Вычислить производные функций, используя таблицу и правила дифференцирования

6. $y = 4x^3 - 2x^2 + x - 5$
7. $y = (x^3 - 1)(x^2 + x + 1)$
8. $y = \sqrt[4]{x^3} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x}$
9. $y = (x^2 - 5x + 8)^6$
10. $y = \sqrt{4 - x^2}$
11. $y = \sin(4x - 1)$
12. $y = \sin^2 \frac{1}{x}$
13. $y = \frac{x+3}{2-x}$
14. $y = \frac{1+\cos x}{1-\cos x}$
15. $y = \frac{1-\sin x}{1-\cos x}$
16. $y = \operatorname{tg} x - x$
17. $y = \arcsin 2x$
18. $y = \operatorname{arctg}(2x^2 - 5)$
19. $y = \arccos x$
20. $y = \sec 2x$
21. $y = \sin^2 x \cdot \cos x$
22. Вычислить производную $y'(0)$ функции: $y = \frac{2^{2x}}{\sqrt{2-2^{2x}}}$
23. Вычислить производную $y'(\pi)$ функции: $y = \frac{\sin 2x}{\sqrt{x}}$

Тема 4.2. Понятие о непрерывности функции. Метод интервалов.

Практическая работа № 26

Тема: Понятие о непрерывности функции. Метод интервалов

Цель работы: Развитие навыков работы с правилами дифференцирования

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: производная, правила вычисления производных, метод интервалов, непрерывность

Вариант №1.

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = 5 \cos x + 7x^2 + 8$; б) $y = 4\sqrt{2}x + 5\sqrt[5]{x^4}$; в) $y = -\frac{1}{15}x^{15}$.

Вариант №2.

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = \sin x - \frac{1}{x} + 5$; б) $y = 14\sqrt{2}$; в) $y = 3x^{-15}$.

Тема 4.3. Геометрический и физический смысл производной.

Практическая работа № 27

Тема: Геометрический и физический смысл производной.

Цель работы: Развитие навыков работы с правилами дифференцирования

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: производная, правила вычисления производных, метод интервалов, непрерывность

1. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ в т. -1.
2. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 3 \sin x + 5$ в т. $\frac{\pi}{2}$.
3. Составить уравнение касательной и уравнение нормали к графику функции $y = e^{1-x^2}$, если абсцисса точки касания $x_0 = -1$.
4. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2x^2 + 5x - 52$ в т. $\frac{1}{3}$.
5. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 13 \cos x - 6$ в т. $\frac{\pi}{3}$.
6. Составить уравнение касательной и уравнение нормали к графику функции $y = \operatorname{tg} 2x$, если абсцисса точки касания $x_0 = 0$.

Тема 4.4. Монотонность функции. Точки экстремума.

Практическая работа № 28

Тема: Монотонность функции. Точки экстремума.

Цель работы: Развитие навыков работы с правилами дифференцирования

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: производная, правила вычисления производных, метод интервалов, непрерывность, Монотонность функции. Точки экстремума

1. Найдите точку минимума функции $y = 4x - \ln(x + 11) + 12$.
2. Найдите точку максимума функции $y = \sqrt{16 - 4x - x^2}$
3. Найдите точку минимума функции $y = (0,5 - x)\cos x + \sin x$, принадлежащую промежутку $(0, \pi/2)$.
4. Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{5 - 4x - x^2}$
5. Найдите наименьшее значение функции $y = \log_3(x^2 - 6x + 10) + 2$
6. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[-4; -1]$.
7. Найдите наибольшее значение функции $y = 36\operatorname{tg} x - 36x + 9\pi + 7$ на отрезке $[-\pi/4; \pi/4]$.

Вариант №1.

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = 3x^{13} + \sqrt[3]{x^5}$; б) $y = 2,754$; в) $y = 7 \cos x + 15x$.

2. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 7x - 8$ в т. 0.

3. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = -\frac{1}{4} \sin x$ в т. π .

Вариант №2.

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = 5x + 17x^2 + 25x^3$; б) $y = 4,57(6)$; в) $y = \frac{1}{2} \sin x$.

2. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 3x - 10$ в т. -1.

3. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = -\cos x$ в т. $\frac{\pi}{4}$.

Тема 4.5. Исследование функций и построение графиков.

Практическая работа № 29

Тема: Исследование функций и построение графиков.

Цель работы: Развитие навыков работы с правилами дифференцирования

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: производная, правила вычисления производных, метод интервалов, непрерывность, Монотонность функции. Точки экстремума

1. Найдите точку минимума функции $y = 2x - \ln(x + 14) + 10$.
2. Найдите точку максимума функции $y = \sqrt{16 - 3x - x^2}$
3. Найдите точку минимума функции $y = (1,5 - x)\cos x + \sin x$, принадлежащую промежутку $(0, \pi/2)$.
4. Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{5 - 2x - 3x^2}$
5. Найдите наименьшее значение функции $y = \log_3(x^2 - 6x + 10) + 2$
6. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[-4; -1]$.
7. Найдите наибольшее значение функции $y = 10\lg x - 5x + 9\pi + 7$ на отрезке $[-\pi/4; \pi/4]$.

Тема 4.6. Наибольшее и наименьшее значения функции.

Практическая работа № 30-31

Тема: Наибольшее и наименьшее значения функции.

Тема: Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах

Цель работы: Развитие навыков работы с правилами дифференцирования

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: производная, правила вычисления производных, метод интервалов, непрерывность, Монотонность функции. Точки экстремума

1. Найдите точку минимума функции $y = 4x - \ln(x + 11) + 12$.
2. Найдите точку максимума функции $y = \sqrt{16 - 4x - x^2}$
3. Найдите точку минимума функции $y = (0,5 - x)\cos x + \sin x$, принадлежащую промежутку $(0, \pi/2)$.
4. Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{5 - 4x - x^2}$
5. Найдите наименьшее значение функции $y = \log_3(x^2 - 6x + 10) + 2$
6. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[-4; -1]$.
7. Найдите наибольшее значение функции $y = 36\lg x - 36x + 9\pi + 7$ на отрезке $[-\pi/4; \pi/4]$.

Тема 4.8. Первообразная функции. Правила нахождения первообразных.

Практическая работа № 32

Тема: Первообразная функции. Правила нахождения первообразных.

Цель работы: Развитие навыков работы с первообразной

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: первообразная, интеграл, формула Ньютона-Лейбница, площадь криволинейной трапеции

Вычислить неопределенные интегралы:

1. $\int x^2 \sqrt{4-x^2} dx$.

2. $\int x e^{2x} dx$.

3. $\int e^x \cos 2x dx$.

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

5. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$.

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$.

7. $\int \frac{dx}{2x+3}$.

8. $\int (x^5 - 4x^2 + 8) dx$

Тема 4.9. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница.

Практическая работа № 33-34

Тема: Решение задач на вычисление определенного интеграла.

Тема: Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница

Цель работы: Развитие навыков работы с первообразной

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: первообразная, интеграл, формула Ньютона-Лейбница, площадь криволинейной трапеции

Вычислите площадь фигуры, ограниченную следующими линиями:

1. $y = 2 - x^3; y = 1; x = -1; x = 1$.

2. $y = -x^2 - 4x; y = 0; x = -3; x = -1$.

3. $y = -x^2 - 4x; y = 1; x = -3; x = -1$.

4. $y = 4x - x^2; y = 4 - x$.

5. $y = x^2; y = 2x$.

6. $y = x^2; y = x^3$.

7. $y = 4x - x^2; y = 6 - x.$

8. $y = x^2; y = -x + 2.$

Вариант № 1

$\int_{-2}^2 x^4 dx$	$\int_0^3 (x^4 + 5x^2) dx$	$\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$	$\int_1^8 \sqrt[3]{x^2} dx$
1	2	3	4

9.

10. Вариант № 2

$\int_{-1}^3 5x^2 dx$	$\int_1^4 (\frac{1}{5}x^4 + 6x^3) dx$	$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$	$\int_1^5 \sqrt[4]{x} dx$
1	2	3	4

Вычислить определенные интегралы:

1. $\int_{-2}^3 \frac{dx}{3x^2 + x + 4}$

2. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$

3. $\int_1^3 (x^3 - 3x^2 + x - 7) dx$

4. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$

5. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1 + x^2}$

6. $\int_2^5 x^2 dx$

Тема 4.10. Решение задач. Производная и первообразная функции.

Практическая работа № 35

Тема: Производная и первообразная функции.

Цель работы: Развитие навыков работы с первообразной

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: первообразная, интеграл, формула Ньютона-Лейбница, площадь криволинейной трапеции

Вариант № 1

1. К какому числу стремится разностное отношение $\frac{\Delta f}{\Delta x}$, при $\Delta x \rightarrow 0$, если $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 3$, $x_0 = 5$.

2. Вычислите производные следующих функций:

а). $f(x) = \frac{12x^4 + 11x^3 + 4x - 9}{x^2 + 2}$;

б). $f(x) = \frac{3x - 16}{4x + 5}$.

в). $f(x) = x^3 \cdot \sqrt{x - 1}$;

г). $f(x) = \frac{12x^7 + 11x^6 - 5x^3 + 4x - 9}{x^2 + 2}$;

3. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции $f(x) = 2x - x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = 2$.

4. Найти неопределенный интеграл методом непосредственного интегрирования $\int \left(5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx$.

5. Найти неопределенный интеграл методом подстановки $\int (2 + x)^7 dx$.

6. Найти определенный интеграл $\int_{-2}^3 \frac{dx}{3x^2 + x + 4}$.

7. Вычислите площадь фигуры, ограниченную следующими линиями: $y = 2 - x^3$; $y = 1$; $x = -1$; $x = 1$.

Вариант № 2

1. К какому числу стремится разностное отношение $\frac{\Delta f}{\Delta x}$, при $\Delta x \rightarrow 0$, если $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$, $x_0 = -2$.

2. Вычислите производные следующих функций:

а) $f(x) = \frac{5x^3 + 8x^2 + 7x - 9}{x^3 - 12}$;

б). $f(x) = \frac{12x + 6}{4x - 5}$.

а). $f(x) = 4x^5 \cdot \sqrt{x + 2}$;

б). $f(x) = \frac{5x^7 + 8x^6 - 5x^4 + 7x - 9}{x^4 - 12}$;

3. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции $f(x) = -2x^3 + x^2 - x$ в точке с абсциссой $x_0 = -4$, $x_0 = 1$.

4. Найти неопределенный интеграл методом непосредственного интегрирования $\int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx$.

5. Найти неопределенный интеграл методом подстановки $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - x^2}}$.

6. Найти определенный интеграл $\int_1^3 (x^3 - 3x^2 + x - 7) dx$.

7. Вычислите площадь фигуры, ограниченную следующими линиями:

$y = -x^2 - 4x$; $y = 1$; $x = -3$; $x = -1$.

Тема 5.1. Призма, параллелепипед, куб и их сечения.

Практическая работа № 36-37

Тема: Призма, параллелепипед, куб и их сечения

Тема: Пирамида. Ее элементы и сечения

Цель работы: Развитие навыков работы на свойства многогранников

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

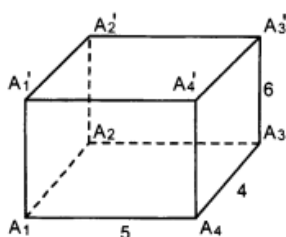
Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: призма, пирамида, прямая призма, правильная призма, ее свойства, усеченная пирамида, тетраэдр

Вариант №1

1. Основанием прямой призмы – прямоугольный с катетами 6 см и 8 см. Диагональ боковой грани, содержащей гипотенузу треугольника, равна 26 см. Найти:

- 1) высоту призмы;
 - 2) боковую поверхность призмы;
 - 3) полную поверхность призмы.
2. $A_1A_2A_3A_4A'_1A'_2A'_3A'_4$ -прямая призма.



Дано: $A_1A_2A_3A_4$ – прямоугольник.
Найти: 1) $S_{бок}$; 2) $S_{полн}$.

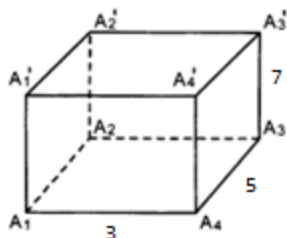
3. Докажите, что: а) у прямой призмы все боковые грани — прямоугольники; б) у правильной призмы все боковые грани — равные прямоугольники

4. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 12 см и 5 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в 45° . Найдите боковое ребро параллелепипеда

Вариант №2

1. Основанием прямой призмы – прямоугольный с гипотенузой 20 см и катетом 16 см. Диагональ боковой грани, содержащей второй катет треугольника, равна 13 см. Найти:

- 1) высоту призмы;
 - 2) боковую поверхность призмы;
 - 3) полную поверхность призмы.
2. $A_1A_2A_3A_4A'_1A'_2A'_3A'_4$ -прямая призма.



Дано: $A_1A_2A_3A_4$ – прямоугольник.
Найти: 1) $S_{бок}$; 2) $S_{полн}$.

3. Основанием пирамиды является ромб, сторона которого равна 5 см, а одна из диагоналей равна 8 см. Найдите боковые ребра пирамиды, если высота ее проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 7 см

4. Основанием пирамиды является параллелограмм, стороны которого равны 20 см и 36 см, а площадь равна 360 см². Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 12 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды

Тема 5.2. Правильные многогранники в жизни

Практическая работа № 38

Тема: Площадь поверхности многогранников

Цель работы: Развитие навыков работы на свойства многогранников

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: призма, пирамида, прямая призма, правильная призма, ее свойства, усеченная пирамида, тетраэдр

Вариант №1

1. Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагоналями 10 см и 24 см, а высота параллелепипеда равна 10 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда

2. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 8 см, боковое ребро равно 6 см. Найдите площадь сечения, проходящего через сторону верхнего основания и противоположающую вершину нижнего основания

3. Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с основаниями 25 см и 9 см и высотой 8 см. Найдите двугранные углы при боковых ребрах призмы.

4. Диагональ правильной четырехугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом 60°. Найдите площадь сечения, проходящего через сторону нижнего основания и противоположающую сторону верхнего основания, если диагональ основания равна $4\sqrt{2}$ см.

Вариант №2

1. Основанием пирамиды является параллелограмм со сторонами 5 м и 4 м и меньшей диагональю 3 м. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 2 м. Найдите площадь полной поверхности пирамиды

2. Основанием пирамиды является квадрат, одно из боковых ребер перпендикулярно к плоскости основания. Плоскость боковой грани, не проходящей через высоту пирамиды, наклонена к плоскости основания под углом 45°. Наибольшее боковое ребро равно 12 см. Найдите: а) высоту

пирамиды; б) площадь боковой поверхности пирамиды

3. Основанием пирамиды является треугольник со сторонами 12 см, 10 см и 10 см. Каждая боковая грань наклонена к основанию под углом 45° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды

4. В пирамиде все боковые ребра равны между собой. Докажите, что: а) высота пирамиды проходит через центр описанной около основания окружности; б) все боковые ребра пирамиды составляют равные углы с плоскостью основания

Тема 5.3. Цилиндр, конус, шар и их сечения.

Практическая работа № 39-41

Тема: Цилиндр и его сечения

Тема: Конус и его сечения.

Тема: Сфера, шар. Сечения шара

Цель работы: Развитие навыков работы с телами вращения

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: площадь поверхности, симметрия

Вариант №1

- 1) Площадь боковой поверхности цилиндра равна 12π , высота цилиндра равна 3. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
- 2) Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующая увеличится в 2 раза, а радиус основания останется прежним?
- 3) Радиус основания конуса равен 5, высота равна 8. Найдите площадь полной поверхности конуса.
- 4) Площадь боковой поверхности цилиндра равна 8π , диаметр основания – 4. Найдите высоту цилиндра.

Вариант №2

- 1) Площадь боковой поверхности цилиндра равна 20π , высота цилиндра равна 5. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
- 2) Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшится в 2 раза, а образующая останется прежней?
- 3) Радиус основания конуса равен 5, высота равна 9. Найдите площадь полной поверхности конуса.
- 4) Площадь боковой поверхности цилиндра равна 6π , диаметр основания – 3. Найдите высоту цилиндра.

Тема 5.4. Объемы и площади поверхностей тел.

Практическая работа № 42-43

Тема: Площади поверхностей тел вращения

Тема: Объемы поверхностей тел вращения

Цель работы: Развитие навыков работы с телами вращения

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: шар и сфера, конус, цилиндр

1. Напишите уравнение сферы с центром A , проходящей через точку T , если $A(3; -6; 0)$, $T(2; 2; 2)$.
2. Высота конуса равна 20 см, а радиус основания равен 15 см. Найдите, чему равна половина образующей конуса.
3. Напишите уравнение сферы с центром A , проходящей через точку T , если $A(0; -4; 7)$, $T(-2; -2; -2)$.
4. Образующая конуса, равная 12 см, наклонена к плоскости основания под углом α . Найдите площадь основания конуса, если $\alpha = 30^\circ$
5. Найдите высоту конуса, если площадь его осевого сечения равна 6 дм^2 , а площадь основания равна 8 дм^2
6. Высота цилиндра равна 8 см, радиус равен 5 см. найдите площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной его оси, если расстояние между этой плоскостью и осью цилиндра равно 3 см.
7. Высота цилиндра равна 12 см, а радиус основания равен 10 см. цилиндр пересечен плоскостью, параллельной его оси, так что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от оси цилиндра до секущей плоскости.
8. Высота цилиндра равна h , а площадь осевого сечения равна S . Найдите площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной его оси, если расстояние между осью цилиндра и секущей плоскостью равно d .
9. Точка N – середина отрезка AC , концы которого лежат на сфере радиуса R , с центром в точке B . Найдите BN , если $R=15 \text{ мм}$, $AC=18 \text{ мм}$.
10. Образующая конуса, равная 16 см, наклонена к плоскости основания под углом α . Найдите площадь основания конуса, если $\alpha = 45^\circ$.
11. Напишите уравнение сферы с центром A , проходящей через точку T , если $A(0; -5; 3)$, $T(1; 0; -8)$.
12. Площадь боковой поверхности цилиндра равна Q . Найдите площадь осевого сечения.

Тема 5.5. Примеры симметрий в профессии.

Практическая работа № 44

Тема: Примеры симметрий в профессии

Цель работы: Развитие навыков работы с телами вращения

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: симметрия, шар и сфера, конус, цилиндр

Задача 1. В какую точку перейдет точка $A(2; 3; 4)$ при центральной симметрии относительно точки $B(1; 2; 3)$? Найти координаты получившейся точки C .



Решение

Вариант 1. Если точка A переходит в некоторую точку C , то B – середина AC . Значит, координаты точки B есть полусумма координат A и C :

$$\frac{2 + x_C}{2} = 1 \Rightarrow x_C = 0$$

$$\frac{3 + y_C}{2} = 2 \Rightarrow y_C = 1$$

$$\frac{4 + z_C}{2} = 3 \Rightarrow z_C = 2$$

То есть точка C имеет координаты $(0; 1; 2)$.

Вариант 2. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$

$$\overrightarrow{AB} = (1 - 2; 2 - 3; 3 - 4) = (-1; -1; -1)$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_C - 1; y_C - 2; z_C - 3)$$

$$\begin{cases} x_C - 1 = -1 \\ y_C - 2 = -1 \\ z_C - 3 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 0 \\ y_C = 1 \\ z_C = 2 \end{cases}$$

Получаем: $C(0; 1; 2)$.

Ответ: $C(0; 1; 2)$.

Задача 2. Докажите, что при центральной симметрии прямая, не проходящая через центр симметрии, перейдет в прямую, параллельную исходной.

Решение

Пусть $S \notin AB$; $AS = SA_1$; $BS = SB_1$. Нужно доказать, что $AB \parallel A_1B_1$ (Рис. 10).

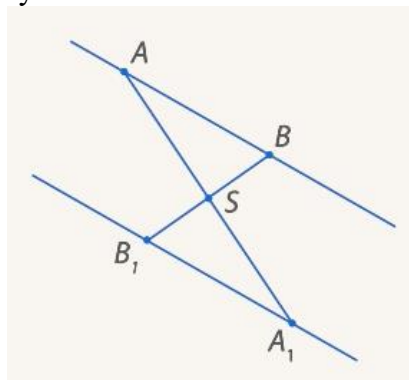


Рис. 10. Иллюстрация к условию

Точка A перешла в точку A_1 , а точка B – в точку B_1 . Образовалась прямая A_1B_1 , т.к. образом прямой при движении является прямая.

Распишем вектор $\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SA_1} + \overrightarrow{B_1S} = \overrightarrow{B_1A_1} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{B_1A_1} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{B_1A_1}$

(коллинеарные векторы). Значит, $AB \parallel A_1B_1$.

Практическая работа № 45

Тема: Многогранники и тела вращения

Цель работы: Развитие навыков работы с телами вращения

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: Многогранники и тела вращения, симметрия, шар и сфера, конус, цилиндр

Задача ¹. Есть ли ось симметрии у прямоугольного параллелепипеда? (Рис. 15)

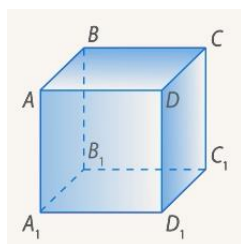


Рис. 15. Параллелепипед

Решение

Рассмотрим прямую, проходящую через центр любой грани параллелепипеда, перпендикулярно ей (Рис. 16).

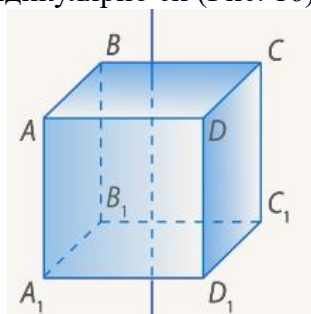


Рис. 16. Перпендикулярная прямая, проходящая через центр грани

Тогда очевидно, что каждое перпендикулярное сечение будет симметрично относительно этой оси (повернув прямоугольник на 180° , получим такой же прямоугольник), а значит, и вся фигура также будет симметрична.

Ответ: да, есть.

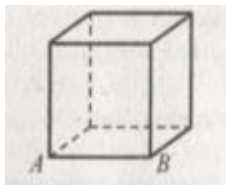
Задача ². Рассмотрим правую перчатку. Проведем через средний палец ось параллельно пальцу и сделаем осевую симметрию перчатки относительно этой оси. В какую перчатку: правую или левую перейдет исходная перчатка?

Ответ: В правую перчатку, ведь это просто поворот относительно прямой на 180° .

1. В координатной системе дана точка $A(11; 1; 9)$. Определите координаты точек, в которые переходит точка A при центральной симметрии относительно начала координат.

2. Точки $M(4; -7; 2)$ и N симметричны относительно плоскости Oyz . Найдите длину отрезка MN .

3. Постройте фигуру, симметричную кубу относительно прямой AB .



Тема 6.1. Степенная функция, её свойства Преобразование выражений с корнями n-ой степени.

Теоретический опрос

1. Приведите определения показательной и степенной функций.
2. Как связаны между собой графики показательной и логарифмической функций?
3. Укажите область определения и область изменения показательной функции.
4. Перечислите основные свойства показательной функции при $a > 1$ и при $0 < a < 1$.
5. Основные свойства степени.

Практическое занятие № 46

Тема: Преобразование выражений с корнями n-ой степени.

Цель работы: Развитие навыков работы со степенями, Развитие навыков работы с корнями.

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: степень действительного числа, свойства степеней с натуральным, целым, рациональным и действительным показателями, абсолютное значение, квадратный корень и его свойства, корень n-ой степени и его свойства

<i>Свойства степени</i>		<i>Вариант 1</i>
A1	Упростите: $a^{2,3} \cdot a^{1,1}$	
A2	Найдите значение выражения: $\frac{5^{6a}}{25^a}$ при $a = \frac{1}{4}$	
A3	Выполните действия: $3a^{2,4} + 2(a^{1,2})^2$	
A4	Вычислите $36^{\frac{1}{2}} - 7,2^0$	
A5	Найдите наименьшее из указанных чисел $\sqrt[3]{4}; 16^{0,2}; 0,5^{-3}; 8^{-3}$	
A6	Упростите выражение: $\frac{(2a^{0,25})^2 \cdot 0,5a^{1,5}}{a^2}$	

Свойства степени		Вариант 2
A1	Упростите: $a^{2,3} : a^{1,1}$	
A2	Найдите значение выражения: $\frac{6^{4a}}{36^a}$ при $a = \frac{1}{2}$	
A3	Выполните действия: $3a^{1,8} + (2a^{0,9})^2$	
A4	Вычислите $\frac{x^{15} \cdot x^{-31}}{x^{-16}}$ при $x=10$	
A5	Найдите наибольшее из указанных чисел $\sqrt{3}$; $(-2)^3$; $0,1^{10}$	
A6	Упростите выражение: $\frac{(4a^{2,5})^2 \cdot 0,25a^{1,5}}{a^{2,5}}$	

Тема 6.2. Свойства степени с рациональным и действительным показателями.

Теоретический опрос

1. Приведите определения показательной и степенной функций.
2. Как связаны между собой графики показательной и логарифмической функций?
3. Укажите область определения и область изменения показательной функции.
4. Перечислите основные свойства показательной функции при $a > 1$ и при $0 < a < 1$.
5. Основные свойства степени.

Практическое занятие № 47

Тема: Свойства степени с рациональным и действительным показателями.

Цель работы: Развитие навыков работы со степенями, Развитие навыков работы с корнями.

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: степень действительного числа, свойства степеней с натуральным, целым, рациональным и действительным показателями, абсолютное значение, квадратный корень и его свойства, корень n-ой степени и его свойства

Вычислите: $\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} - 8^{-1\frac{2}{3}} + (12^0)^2 \cdot 7 + 32 \cdot 2^{-4} \cdot 16^{-\frac{3}{2}}$

Вычислите: $\left(\frac{3^0}{4}\right)^{-0,5} - 7,5 \cdot 4^{-\frac{3}{2}} - (-2)^{-4} + 81^{0,25}$

Упростить: $\frac{\left(\sqrt[5]{\frac{4}{a^3}}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(\sqrt[5]{a^4}\right)^3} \cdot \frac{\left(\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a^2 b}}\right)^4}{\left(\sqrt[4]{a \cdot \sqrt{b}}\right)^6}$

Действия с корнями		Вариант 1
A1	Вычислите:	$\frac{2 \cdot \sqrt{128}}{\sqrt{32}}$
A2	Найдите значение корня:	$\sqrt{25 \cdot 81}$
A3	Найдите значение выражения:	$\sqrt[4]{\sqrt[3]{10^{24}}}$
A4	Вычислите:	$\frac{\sqrt[4]{24} \cdot \sqrt[4]{20}}{\sqrt[4]{15}}$
A5	Упростите:	$\sqrt[3]{3^4} \cdot \sqrt[4]{3^{10}}$
A6	Вычислите:	А) $0,5 \cdot \sqrt{0,04} + \frac{1}{6} \sqrt{144}$ Б) $1,5 - 7 \sqrt{\frac{25}{49}}$ В) $(2\sqrt{1,5})^2$
A7	Внесите множитель под знак корня:	А) $\sqrt{28}$; Б) $0,2 \sqrt{75}$
A8	Выполните действия:	$(4\sqrt{3} - 2\sqrt{5}) \cdot \sqrt{3} + \sqrt{60}$

Действия с корнями		Вариант 2
A1	Вычислите:	$\frac{3 \cdot \sqrt{108}}{\sqrt{3}}$
A2	Найдите значение корня:	$\sqrt{400 \cdot 2,25}$
A3	Найдите значение выражения:	$\sqrt[4]{\sqrt[3]{5^{28}}}$
A4	Вычислите:	$\frac{\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[4]{15}}{\sqrt[4]{5}}$
A5	Упростите:	$\sqrt[6]{7^4} \cdot \sqrt[3]{7^6}$
A6	Вычислите:	А) $\frac{1}{2} \sqrt{196} + 1,5 \sqrt{0,36}$ Б) $2 \sqrt{1\frac{9}{16}} - 1$ В) $(2\sqrt{0,5})^2$
A7	Внесите множитель под знак корня:	А) $\sqrt{27}$; Б) $\frac{1}{5} \sqrt{50}$
A8	Выполните действия:	$(3\sqrt{2} + 2\sqrt{7}) \cdot \sqrt{2} - \sqrt{56}$

Тема 6.3. Решение иррациональных уравнений.

Практическое занятие №48

Тема: Решение иррациональных уравнений

Цель работы: Развитие навыков решения иррациональных уравнений

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: иррациональные уравнения, корень n-ой степени и его свойства

Решите иррациональные уравнения:

- $\sqrt{3x + 15} + \sqrt{5x + 26} = 7;$
- $x - 2 = \sqrt[3]{x^2 - 8}.$
- $\sqrt{2x - 34} = 1 + \sqrt{x};$
- $1 - x = \sqrt{6 + x - x^2}.$
- $\sqrt{15 + x} + \sqrt{3 + x} = 6;$
- $\sqrt{3 - 2x} - \sqrt{1 - x} = 1;$
- $\sqrt{5x} + \sqrt{14 - x} = 8;$
- $\sqrt{x^2 + 2} + \sqrt{x^3 + x^2} = 0;$

9. $\sqrt[3]{1+x^4} = \sqrt[3]{1+x^2}$
10. $\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x} = 2$;
11. $\sqrt{12+x} - \sqrt{1-x} = 1$;
12. $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+6} = 0$;
13. $\sqrt{x+7} + \sqrt{x-2} = 9$;
14. $\sqrt{1-2x} - \sqrt{13+x} = \sqrt{x+4}$;
15. $\sqrt{7x+1} - \sqrt{6-x} = \sqrt{15+2x}$
16. $\sqrt{4x+2\sqrt{3x^2+4}} = x+2$
17. $3-x = \sqrt{9-\sqrt{36x^2-5x^4}}$
18. $\sqrt{x^2+3x+12} - \sqrt{x^2+3x} = 2$
19. $\sqrt{x^2+5x+10} - \sqrt{x^2+5x+3} = 1$
20. $\sqrt{x+\sqrt{6x-9}} + \sqrt{x-\sqrt{6x-9}} = \sqrt{6}$
21. $\sqrt{x+\sqrt{x+11}} + \sqrt{x-\sqrt{x+11}} = 4$
22. $\sqrt{x-4} = \sqrt{x-3} - \sqrt{2x-1}$
23. $2\sqrt{x+3} - \sqrt{2x+7} = \sqrt{x}$
24. $\sqrt{x-3} = \sqrt{2x+1} - \sqrt{x+4}$
25. $\sqrt{9-2x} = 2\sqrt{4-x} - \sqrt{1-x}$
26. $\frac{\sqrt{3-x}+\sqrt{3+x}}{\sqrt{3-x}-\sqrt{3+x}} = 2$

Тема 6.4. Показательная функция, ее свойства. Показательные уравнения и неравенства.

Практическая работа № 49-51

Тема: Показательная функция, ее свойства.

Тема: Решение показательных уравнений

Тема: Решение показательных неравенств

Цель работы: Развитие навыков работы решение уравнений

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: уравнение, система уравнений, показательная функция

Вариант №1

1. $\begin{cases} 4^{x+y} = 16 \\ 4^{x+2y+1} = 1 \end{cases}$
2. $\begin{cases} (\frac{1}{5})^{4x-y} = 25 \\ 7^{9x-y} = \sqrt{7} \end{cases}$

Вариант №2

1. $5^{1-2x} > \frac{1}{125}$
2. $3^x - 3^{x-3} > 26$
1. $\frac{x^2-10x+25}{x^2-3x-18} < 0$
2. $\frac{(x^2-4x+4) \cdot ((x^2-2x+1))}{x-1} \leq 0$
1. $7^{3-x} > \frac{1}{49}$

2. $2^{x+2} + 2^{x+5} < 9$
1. $\frac{(x^2-1) \cdot (x+2)}{(x-2)} > 0$
2. $\frac{3x-2}{x+4} \geq 0$
3. $(x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-3) > 0$

Тема 6.5. Логарифм числа. Свойства логарифмов.

Теоретический опрос

1. Приведите определение логарифма числа по данному основанию.
2. Как связаны между собой графики показательной и логарифмической функций?
3. Укажите область определения и область изменения логарифмической функций.
4. Перечислите основные свойства логарифмической функции при $a > 1$ и при $0 < a < 1$.
5. Сформулируйте основное логарифмическое тождество.
6. Перечислите основные свойства логарифмов.

Практическое занятие №52

Тема: Логарифм числа. Свойства логарифмов

Цель работы: Развитие навыков работы с логарифмами

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: логарифм и его свойства

1. Вычислить: $\frac{\lg 8 + \lg 18}{2 \lg 2 + \lg 3}$
2. Вычислить: $\frac{\log_3 16}{\log_3 4}$
3. Вычислить: $\log_2 11 - \log_2 44$
4. Вычислить: $\frac{3}{7} (\log_2 32 + 27^{\log_3 4})^{\log_{69} 14}$

Тема 6.6. Логарифмическая функция, её свойства. Логарифмические уравнения и неравенства.

Теоретический опрос

1. Приведите определение логарифма числа по данному основанию.
2. Как связаны между собой графики показательной и логарифмической функций?
3. Укажите область определения и область изменения логарифмической функций.
4. Перечислите основные свойства логарифмической функции при $a > 1$ и

при $0 < 0 < 1$.

5. Сформулируйте основное логарифмическое тождество.

6. Перечислите основные свойства логарифмов.

Практическое занятие №53-54

Тема: Логарифмические уравнения

Тема: Логарифмические неравенства

Цель работы: Развитие навыков работы с логарифмами

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: логарифм и его свойства

Вариант №1.

1. Исследуйте функцию $\log_4 x = y$ и постройте график.

2. Найдите область определения функции

$$y = \lg(x^2 - 9)$$

3. Найдите нули функции

$$y = \log_{0,2}(x^2 - 4x + 4)$$

4. Решите графически уравнение $\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{1}{2}x - 2$

Вариант №2.

1. Исследуйте функцию $\log_{\frac{1}{4}} x = y$ и постройте график.

2. Найдите область определения функции

$$y = \log_2(x^2 - 16)$$

3. Найдите нули функции

$$y = \log_5(x^2 - 6x + 9)$$

4. Решите графически уравнение $\log_3 x = -\frac{4}{3}x + 5$

Тема 6.7. Логарифмы в природе и технике.

Теоретический опрос

1. Приведите определение логарифма числа по данному основанию.

2. Как связаны между собой графики показательной и логарифмической

функций?

3. Укажите область определения и область изменения логарифмической функций.
4. Перечислите основные свойства логарифмической функции при $a > 1$ и при $0 < a < 1$.
5. Сформулируйте основное логарифмическое тождество.
6. Перечислите основные свойства логарифмов.

Практическое занятие №55

Тема: Логарифмы в природе и технике

Цель работы: Развитие навыков работы с логарифмами

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: логарифм и его свойства

Подготовка докладов по теме

Тема 6.8. Решение задач. Степенная, показательная и логарифмическая функции.

Теоретический опрос

1. Приведите определение логарифма числа по данному основанию.
2. Как связаны между собой графики показательной и логарифмической функций?
3. Укажите область определения и область изменения логарифмической функций.
4. Перечислите основные свойства логарифмической функции при $a > 1$ и при $0 < a < 1$.
5. Сформулируйте основное логарифмическое тождество.
6. Перечислите основные свойства логарифмов.

Практическое занятие №56

Тема: Решение задач. Степенная, показательная и логарифмическая функции

Цель работы: Развитие навыков работы с логарифмами

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: логарифм и его свойства

1. Решить логарифмическое уравнение: $\log_3 x = 2 \log_9 6 - \log_9 12$
2. Решить логарифмическое уравнение: $\log_\pi (x^2 + 2x + 3) = \log_\pi 6$

3. Решить логарифмическое уравнение: $\log_a x = 2 \log_a 3 + \log_a 5$

Решите уравнение:

1) $\log_3(2x - 11) = 2$;

2) $\log_5(3x - 7) = 2 + \log_5 2$;

3) $2 \log_9^2 x + 3 \log_9 x - 2 = 0$;

4) $\log_2(x + 2) + \log_2 x = 3$;

5) $\log_4(3x - 2) = 3$;

6) $\log_3(4x - 6) = \log_3 2 + 3$;

7) $\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 6 = 0$;

8) $\log_7(x - 6) + \log_7 x = 1$;

Решите неравенство:

1) $\log_3(4x - 10) > 2$;

2) $\log_{\frac{1}{2}}(2x + 16) \geq -2$;

3) $\log_5(3 - 2x) \leq 1$;

4) $\log_{\frac{2}{3}}(x - 4) > 0$

5) $\log_4(2x - 7) > 0$;

6) $\log_{\frac{1}{6}}(3x + 12) \geq -1$;

7) $\log_7(6 - 4x) \leq 2$;

Тема 7.1. Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей

Практическая работа № 57

Тема: Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей.

Цель работы: Развитие навыков работы с элементами математической статистики

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: математическая статистика, задачи математической статистики

2. Непрерывная случайная величина X на интервале $(0;5)$ задана своей плотностью $p(x) = \frac{3}{125}x^2$. Найдите математическое ожидание.
3. Непрерывная случайная величина X на интервале $(0;5)$ задана своей плотностью $p(x) = \frac{3}{125}x^2$. Найдите дисперсию.
4. Найти: а) математическое ожидание, б) дисперсию, в) среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X по известному закону ее распределения, заданному таблично:

X	8	4	6	5
P	0,2	0,5	0,2	0,1

1. В урне 5 красных, 2 зеленых и 7 синих шара. Одновременно наудачу берут 4 шара. Какова вероятность того, что среди них окажется 2 красных, 1 зеленый и 1 синий шар?
2. В круг радиуса $R=1$ вписан квадрат. Наудачу в круг брошены две точки. Чему равна вероятность того, что ни одна из них не попадет в квадрат?
3. Спортсмен стреляет по мишени, разделенной на два сектора. Вероятность попадания в первый сектор соответственно равна 0,4, во второй – 0,3. Какова вероятность попадания либо в первый, либо во второй сектор?
4. Колода из 36 карт хорошо перемешана, то есть все возможные расположения карт равновероятны. Найти вероятность события: четыре туза расположены рядом.
5. Из колоды в 36 карт наудачу вынимается одна карта. Какова вероятность того, что будет вынута пиковая масть или туз?
6. Вероятность того, что стрелок производя выстрел, выбьет 10 очков, равна 0,4; 9 очков – 0,3; 8 или меньше – 0,3. Какова вероятность того, что стрелок при одном выстреле выбьет не менее 9 очков?

Тема 7.2. Вероятность в профессиональных задачах

Практическая работа № 58

Тема: Вероятность в профессиональных задачах.

Цель работы: Развитие навыков работы с элементами математической статистики

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: математическая статистика, задачи математической статистики

1. Три стрелка стреляют в цель независимо друг от друга. Вероятность попадания в цель для первого стрелка – 60%, для второго – 70%, для третьего – 75%. Найти вероятность, по крайней мере, одного попадания, если каждый сделает по одному выстрелу.
2. Разрыв электрической цепи происходит в том случае, когда выходит из строя хотя бы один из трех последовательно соединенных элементов. Определить вероятность того, что не будет разрыва цепи, если элементы выходят из строя с вероятностями: 0,3; 0,4; 0,6 соответственно.
3. Вероятность аварии на первом объекте за рассматриваемый период равна p_1 , а на втором p_2 . Найти вероятности событий: а) ни на одном объекте аварии не было; б) авария произошла ровно на одном объекте.
4. В ящике лежат 8 красных, 10 зеленых и 12 синих шаров. Наугад вынимают 3 шара. Какова вероятность того, что на вытянутых шарах будет отсутствовать хотя бы один из цветов?

5. Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятность того, что студент ответит на первый и второй вопросы билета равна 0,9, вероятность того, что он ответит на третий вопрос, равна 0,8. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого нужно ответить: а) на все вопросы; б) хотя бы на два вопроса.

Тема 7.3. Дискретная случайная величина, закон её распределения

Практическая работа № 59

Тема: Дискретная случайная величина, закон её распределения.

Цель работы: Развитие навыков работы с элементами математической статистики

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: математическая статистика, задачи математической статистики

Пример

Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте, построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график. Найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

Решение: Дискретная случайная величина X (число отказавших элементов в одном опыте) имеет следующие возможные значения: $x_1=0$ (ни один из элементов устройства не отказал), $x_2=1$ (отказал один элемент), $x_3=2$ (отказало два элемента) и $x_4=3$ (отказали три элемента).

Отказы элементов независимы один от другого, вероятности отказа каждого элемента равны между собой, поэтому применима формула Бернулли. Учитывая, что, по условию, $n=3$, $p=0,1$ (следовательно, $q=1-0,1=0,9$), получим: $P_3(0)=q^3=0,9^3=0,729$; $P_3(1)=C_3^1 p q^2 = 3 \cdot 0,1 \cdot 0,9^2 = 0,243$; $P_3(2)=C_3^2 p^2 q = 3 \cdot 0,1^2 \cdot 0,9 = 0,027$; $P_3(3)=p^3 = 0,1^3 = 0,001$.

Контроль: $\sum_{i=1}^4 p_i = 1$; $0,729+0,243+0,027+0,001=1$.

Искомый биномиальный закон распределения X :

X	0	1	2	3
p	0,729	0,243	0,027	0,001

Для построения многоугольника распределения строим прямоугольную систему координат. По оси абсцисс откладываем возможные значения x_i , а по оси ординат – соответствующие им вероятности p_i . Построим точки $M_1(0;0,729)$, $M_2(1;0,243)$, $M_3(2;0,027)$, $M_4(3;0,001)$. Соединив эти точки отрезками прямых, получаем искомый многоугольник распределения (Рис.1).

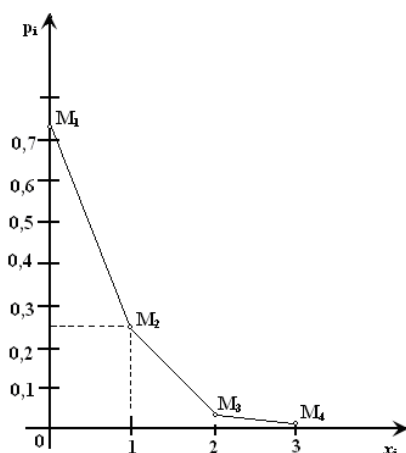


Рис.1

Найдем функцию распределения $F(x)=P(X \leq x)$.

Для $x \leq 0$ имеем $F(x)=P(X \leq 0)=0$;

для $0 < x \leq 1$ имеем $F(x)=P(X \leq 1)=P(X=0)=0,729$;

для $1 < x \leq 2$

$F(x)=P(X \leq 2)=P(X=0)+P(X=1)=0,729+0,243=0,972$;

для $2 < x \leq 3$

$F(x)=P(X \leq 3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=0,972+0,027=0,999$;

для $x > 3$ будет $F(x)=1$, т. к. событие достоверно.

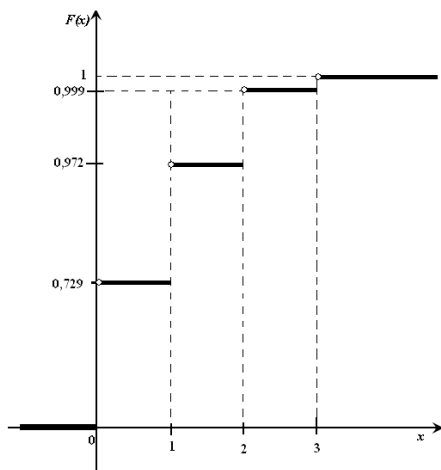


Рис. 2

Для биномиального распределения $M(X)=np=3\cdot 0,1=0,3$; $D(X)=npq=3\cdot 0,1\cdot 0,9=0,27$; $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}=\sqrt{0,27}\approx 0,52$.

Пример 12. (Вариант 2)*

В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны две детали. Составить закон распределения случайной величины X – числа стандартных деталей среди отобранных. Найти $M(X)$, $D(X)$.

Решение: Случайная величина X – число стандартных деталей среди отобранных деталей – имеет следующие возможные значения: $x_1=0$; $x_2=1$; $x_3=2$. Найдем вероятности возможных значений

$$P(X=k) = \frac{C_n^k \cdot C_{N-n}^{m-k}}{C_N^m}$$

X по формуле (пример 2) (N – число деталей в партии, n – число стандартных деталей в партии, m – число отобранных деталей, k – число стандартных деталей среди

$$P(X=0) = \frac{C_8^0 \cdot C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{10 \cdot 9 / (1 \cdot 2)} = \frac{1}{45}; \quad P(X=1) = \frac{C_8^1 \cdot C_2^1}{C_{10}^2} = \frac{8 \cdot 2}{45} = \frac{16}{45};$$

отобранных), находим:

$$P(X=2) = \frac{C_8^2 \cdot C_2^0}{C_{10}^2} = \frac{8 \cdot 7 / (1 \cdot 2)}{45} = \frac{28}{45}.$$

Составим искомый закон распределения:

X	0	1	2
p	$\frac{1}{45}$	$\frac{16}{45}$	$\frac{28}{45}$

Контроль: $++=1$.

$$M(X) = \sum_{i=1}^3 x_i p_i = 0 \cdot \frac{1}{45} + 1 \cdot \frac{16}{45} + 2 \cdot \frac{28}{45} = \frac{72}{45} = \frac{8}{5}.$$

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2; \quad M(X^2) = \sum_{i=1}^3 x_i^2 p_i = 0^2 \cdot \frac{1}{45} + 1 \cdot \frac{16}{45} + 2^2 \cdot \frac{28}{45} = \frac{128}{45};$$

$$D(X) = \frac{128}{45} - \left(\frac{8}{5}\right)^2 = \frac{128}{45} - \frac{64}{25} = \frac{64}{225}.$$

Пример 13. (Варианты 3,4)*

В устройстве независимо друг от друга выходят из строя три элемента. Вероятность выхода из строя первого элемента – 0,3, второго – 0,2, третьего – 0,4. Составить закон распределения случайной величины X – числа вышедших из строя элементов.

Решение: случайная величина X имеет следующие возможные значения: $x_1=0$, $x_2=1$, $x_3=2$, $x_4=3$. $p_1=0,3, q_1=1-p_1=0,7$, $p_2=0,2, q_2=1-p_2=0,8$, $p_3=0,4, q_3=1-p_3=0,6$.

$P(X=k)$ вычисляем по следующим формулам (см. пример

$$4) P(X=0) = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 = 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,9 = 0,336;$$

$$P(X=1) = p_1 \cdot q_2 \cdot q_3 + q_1 \cdot p_2 \cdot q_3 + q_1 \cdot q_2 \cdot p_3 = 0,3 \cdot 0,8 \cdot 0,6 + 0,7 \cdot 0,2 \cdot 0,6 +$$

$$+ 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,4 = 0,144 + 0,084 + 0,224 = 0,452 ;$$

$$P(X=2) = p_1 \cdot p_2 \cdot q_3 + p_1 \cdot q_2 \cdot p_3 + q_1 \cdot p_2 \cdot p_3 = 0,3 \cdot 0,2 \cdot 0,6 + 0,3 \cdot 0,8 \cdot 0,4 + 0,7 \cdot 0,2 \cdot 0,4 = 0,118 ;$$

$$P(X=0) = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 = 0,3 \cdot 0,2 \cdot 0,4 = 0,024 .$$

$$\text{Контроль: } 0,336 + 0,452 + 0,118 + 0,024 = 1.$$

X	0	1	2	3
p	0,336	0,452	0,118	0,024

Искомый закон распределения:

Пример 14. (Варианты 6,7)*

Среднее число заказов такси, поступающих на диспетчерский пункт в одну минуту, равно двум.

Составить закон распределения случайной величины X – числа заказов, поступающих за 4 минуты. Найти $M(X)$, $D(X)$.

Решение: Поток заказов на такси можно считать *простейшим*, т. е. обладающим стационарностью, «отсутствием последствия» и ординарностью. *Интенсивность потока* (среднее число событий появляющихся в единицу времени) $\lambda=2$. Вероятность появления k событий

$$P_t(k) = \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}$$

простейшего потока за время $t=4$ определяется формулой Пуассона $P_t(k) = \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}$, для данной

задачи $P_4(k) = \frac{8^k e^{-8}}{k!}$. Совокупность возможных значений X есть счетное множество, т.е. $x_1=0$, $x_2=1$, ... , $x_k=k+1$, ...; тогда закон распределения случайной величины X – числа заказов, поступающих за 4 минуты принимает вид:

X	0	1	2	...	k	...
p	$e^{-\lambda t}$	$\frac{(\lambda t) e^{-\lambda t}}{1!}$	$\frac{(\lambda t)^2 e^{-\lambda t}}{2!}$	...	$\frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}$	...

или

X	0	1	2	...	k	...
p	e^{-8}	$\frac{8 e^8}{1!}$	$\frac{8^2 e^{-8}}{2!}$	...	$\frac{8^k e^{-8}}{k!}$	...

Воспользовавшись таблицей 3 приложения, окончательно получим:

X	0	1	2	...	k	...
p	0,00035	0,002684	0,010735	...		

Наивероятнейшее число заказов такси за 4 минуты можно определить по получившемуся закону распределения (значения x , при которых p максимально): $k'_0=7$, $k''_0=8$. Для простейшего потока событий: математическое ожидание $M(X) = \lambda t = 8$, дисперсия $D(X) = \lambda t = 8$.

Тема 7.4. Задачи математической статистики

Практическая работа № 60

Тема: Задачи математической статистики.

Цель работы: Развитие навыков работы с элементами математической статистики

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: математическая статистика, задачи математической статистики

Y	1	3	6
p	0,2	0,5	0,3
X	-3	0	1
p	0,1	0,03	0,06

Даны законы распределения независимых случайных величин X и Y . Составить закон распределения случайной величины $Z=X+2Y$. Найти $M(Z)$, $D(Z)$.

Решение: Закон распределения $V=2Y$ получается из распределения Y путем умножения всех значений y_i на 2.

Получаем:

V	2	6	12
p	0,2	0,5	0,3

Для составления закона распределения случайной величины Z вычислим все ее возможные значения по формуле $z_k = x_i + v_j$, $k = 1, 2, \dots, 9$, $i, j = 1, 2, 3$.

Соответствующие данным значениям z_k вероятности P_k можно вычислить по формуле умножения вероятностей $P_k = P(Z = z_k) = P(X = x_i) \cdot P(V = v_j)$, т. к. события $X = x_i$ и $V = v_j$ - независимы (исходим из независимости случайных величин X и Y) и наступают совместно (событие $\{Z = z_k\} = \{\text{совместное наступление событий и}\}$). Тогда распределение Z принимает вид

Z	-1	3	9	2	6	12	3	7	13
p	0,02	0,05	0,03	0,06	0,15	0,09	0,12	0,3	0,18

Рассмотрим значения $z_2 = z_7 = 3$. События $Z = z_2$ и $Z = z_7$ несовместны, поэтому вероятность наступления хотя бы одного из этих событий вычисляется по правилу сложения вероятностей

$$P(Z = z_2 \cup Z = z_7) = P(Z = z_2) + P(Z = z_7) = 0,05 + 0,12 = 0,17$$

Искомый закон распределения случайной величины Z получается после размещения z_k по возрастанию.

Z	-1	2	3	6	7	9	12	13
p	0,02	0,06	0,17	0,15	0,3	0,03	0,09	0,18

Математическое ожидание $M(Z)$ и дисперсию $D(Z)$ можно найти по

формулам:

$$M(Z) = \sum_{k=1}^8 z_k p_k; D(Z) = M(Z^2) - [M(Z)]^2, \text{ где } M(Z^2) = \sum_{k=1}^8 z_k^2 p_k.$$

Рассмотрим другой способ.

$M(Z)$ и $D(Z)$ можно найти через $M(X)$, $M(Y)$, $D(X)$, $D(Y)$.

$$M(X) = \sum_{i=1}^3 x_i p_i = -3 \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,3 + 1 \cdot 0,6 = 0,3$$

$$M(Y) = \sum_{j=1}^3 y_j p_j = 0 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,5 + 6 \cdot 0,3 = 3,3$$

$$D(X) = \sum_{i=1}^3 x_i^2 p_i - (M(X))^2 = (-3)^2 \cdot 0,1 + 0^2 \cdot 0,3 + 1^2 \cdot 0,6 - (0,3)^2 = 1,41$$

$$D(Y) = \sum_{j=1}^3 y_j^2 p_j - (M(Y))^2 = 0^2 \cdot 0,2 + 3^2 \cdot 0,5 + 6^2 \cdot 0,3 - (3,3)^2 = 4,41$$

$$M(Z) = M(X + 2Y) = M(X) + M(2Y) = M(X) + 2M(Y) = 0,3 + 2 \cdot 3,3 = 6,9,$$

т. к. математическое ожидание суммы равно сумме математических ожиданий слагаемых; постоянный множитель можно вынести за знак математического ожидания.

$$D(Z) = D(X + 2Y) = D(X) + D(2Y) = D(X) + 4D(Y) = 1,41 + 4 \cdot 4,41 = 19,05,$$

т. к. дисперсия суммы независимых случайных величин равна сумме дисперсий слагаемых; постоянный множитель можно вынести за знак дисперсии, возведя его в квадрат.

Тема 7.5. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Практическая работа № 61-63

Тема: Элементы теории вероятностей и математической статистики.

Тема: Итоговый тест по математике.

Тема: Итоговая контрольная работа.

Цель работы: Развитие навыков работы с элементами математической статистики

Задачи работы: Овладение обучающимися общими компетенциями:

Формируемые компетенции ОК 01, ОК 03

Перечень основных терминов: математическая статистика, задачи математической статистики

Стрелок ведет стрельбу с вероятностью попадания в цель 0,8 при каждом выстреле. Стрельба ведется до первого попадания, но делается не более 3 выстрелов. Составить закон распределения случайной величины X , если: а) X – число промахов; б) X – число попаданий; в) X – число произведенных выстрелов.

Решение: Вероятность попадания $p=0,8$; вероятность промаха $q=1-p=0,2$.

а) Случайная величина X – число промахов при трех выстрелах – имеет следующие возможные значения: $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = 2$; $x_4 = 3$.

Событие $X=0$ равносильно попаданию с первой попытки, следовательно, $P(X=0)=p=0,8$.

Событие $X=1$ равносильно попаданию со второй попытки, т. е. совместному наступлению двух событий: промаха и попадания; следовательно, $P(X=1)=q \cdot p=0,2 \cdot 0,8=0,16$.

Событие $X=2$ равносильно попаданию с третьей попытки, т. е. $P(X=2)=q \cdot q \cdot p=0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,8=0,032$.

Событие $X=3$ означает отсутствие попаданий, $P(X=3)=q \cdot q \cdot q=0,2^3=0,008$.

Искомый закон распределения X :

X	0	1	2	3
p	0,8	0,16	0,032	0,008

б) Случайная величина X – число попаданий – имеет следующие возможные значения: (допущено три промаха); (произошло попадание с первой, второй или третьей попытки).

Тогда $P(X=0)=q^3=0,008$;

$P(X=1)=p+q \cdot p+q \cdot q \cdot p=0,8+0,16+0,032=0,992$

или $P(X=1)=1-P(X=0)=1-0,008=0,992$.

Искомый закон распределения X :

X	0	1
P	0,008	0,992

ФОС для текущего контроля

Знать:

1. Определите целые и рациональные числа из множества действительных чисел. Приведите примеры.
2. Изучите действительные числа и приведите примеры.
3. Рассмотрите степень с натуральным и целым показателем, исследуйте ее свойства.
4. Определите корень n -ой степени и изучите его свойства.
5. Изучите степень с рациональным и действительным показателем.
6. Ознакомьтесь с логарифмами и их свойствами, изучите правила логарифмирования.
7. Рассмотрите логарифмическую функцию: ее свойства и график.
8. Определите способы задания функции.
9. Изучите элементарные функции.
10. Изучите знаки тригонометрических функций по четвертям.
11. Ознакомьтесь с формулами приведения.
12. Исследуйте формулы сложения тригонометрических функций.
13. Изучите формулы двойного и половинного угла.
14. Рассмотрите функции $y=\sin(x)$ и $y=\cos(x)$, $y=\operatorname{tg}(x)$ и $y=\operatorname{ctg}(x)$, их основные свойства и графики и проанализируйте преобразование графиков тригонометрических функций.
15. Изучите перестановки, размещения, сочетания, приведите примеры.
16. Ознакомьтесь с формулой бинома Ньютона.
17. Изучите вероятность и ее свойства.
18. Ознакомьтесь с аксиомами стереометрии.
19. Исследуйте взаимное расположение прямых в пространстве, взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.
20. Изучите декартову систему координат на плоскости и в пространстве.
21. Определите векторы на плоскости и в пространстве.
22. Выведите уравнение прямой, уравнение окружности, уравнение плоскости и уравнение сферы.
23. Ознакомьтесь с призмой, параллелепипедом, пирамидой и правильной пирамидой, изучите их свойства, формулы площадей и объема.
24. Изучите правильные многогранники и их свойства.
25. Ознакомьтесь с цилиндром, конусом, шаром, сферой: определением, свойствами, формулами площадей и объема.
26. Определите последовательности, способы задания и свойства числовых последовательностей. Ознакомьтесь с понятием предела последовательности.
27. Изучите понятие производной функции. Исследуйте геометрический смысл производной.
28. Составьте таблицу производных. Изучите методы дифференцирования. Запишите уравнение касательной к графику функции.
29. Ознакомьтесь с понятием первообразной и неопределенного интеграла. Составьте таблицу интегралов, изучите методы интегрирования.

30. Определите определенный интеграл с помощью таблицы первообразных.

Уметь:

1. Выполните действия с целыми и рациональными числами и действительными числами.

2. Примените свойства степени с натуральным и целым показателем при решении задач.

3. Примените свойства степени с рациональным и действительным показателем при решении задач.

4. Примените свойства логарифмов и правила логарифмирования при решении задач.

5. Постройте график показательной функции.

6. Постройте график логарифмической функции.

7. Решите показательные уравнения.

8. Решите показательные неравенства.

9. Решите логарифмические уравнения.

10. Решите логарифмические неравенства.

11. Постройте графики элементарных функций.

12. Проведите исследование элементарных функций.

13. Найдите синус, косинус, тангенс и котангенс углов по таблице.

14. Определите знаки тригонометрических функций по четвертям.

15. Примените формулы приведения и формулы сложения формулы двойного и половинного угла для преобразования тригонометрических функций.

16. Постройте и исследуйте функции $y=\sin(x)$ и $y=\cos(x)$, $y=\operatorname{tg}(x)$ и $y=\operatorname{ctg}(x)$.

17. Примените формулы перестановки, размещения, сочетания при решении задач.

18. Примените классические определения вероятности при решении задач.

19. Рассчитайте моду, медиану, размах, математическое ожидание и дисперсию при решении задач.

20. Определите взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.

21. Определите угол между прямыми и перпендикулярность прямых в пространстве. Определите угол между прямой и плоскостью, а также угол между двумя плоскостями.

22. Определите нахождение точки в декартовой системе координат на плоскости и в пространстве. Постройте прямые в пространстве. Найдите середины отрезков и симметричные точки в пространстве относительно плоскостей, осей и начала координат.

23. Определите векторы на плоскости и в пространстве.

24. Запишите уравнение прямой и уравнение окружности, уравнение плоскости и уравнение сферы.

25. Рассчитайте скалярное произведение векторов в пространстве.

26. Примените свойства и формулы площадей и объема многогранников (параллелепипеда, призмы, пирамиды, усеченной пирамиды) при решении задач.

27. Постройте сечения пирамиды и параллелепипеда.

28. Примените свойства и формулы площадей и объема тел вращения (цилиндра, конуса, усеченный конуса, шара, сферы) при решении задач.

29. Рассчитайте производные функций с помощью таблицы производных. Найдите экстремумы функции, а также наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

30. Примените методы интегрирования для нахождения неопределенного интеграла и определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции.

Практические задания

1. Вычислите: $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8}$
2. Вычислите: $\sqrt[3]{5^3 \cdot 7^3}$
3. Решите иррациональное уравнение: $\sqrt{x-1} = 2$
4. Вычислите: $2^{-3} + \left(\frac{1}{9}\right)^{-1} - 8^{-1}$
5. Вычислите: $\frac{2^{-21}}{4^{-5} \cdot 4^{-6}}$
6. Вычислите: $2 \cdot 27^{\frac{2}{3}}$
7. Вычислите: $2^{\frac{4}{5}} \cdot 2^{\frac{11}{5}}$
8. Упростите выражение: $\frac{x^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{3}}}{x^{\frac{3}{5}}}$
9. Вычислите: $10^{\frac{2}{5}} \cdot 10^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{\frac{1}{10}}$
10. Вычислить $(1+i)^{24}$, где $i^2 = -1$.
11. Записать число $1-i$, где $i^2 = -1$, в тригонометрической форме.
12. Решить уравнение $2\sqrt{x-1} + \sqrt{x+4} = 7$
13. Решить уравнение $\sqrt{x+12} - \sqrt{x-3} = 3$
14. Решить неравенство $4^x - 2^x < 12$
15. Решить неравенство $3^{x+2} + 3^{x-1} < 28$
16. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, $AB = 1$. Построить сечение, проходящее через точки A , C и середину ребра BB_1 и найти его площадь.
17. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, $AB = 1$. Построить сечение, проходящее через точки A , D и середины ребер $A_1 B_1$ и $C_1 D_1$ и найти его площадь.
18. Имеется 5 дубов, 3 клена и 2 березы. сколькими способами можно собрать набор деревьев, чтобы в нем были и дубы, и клены и березы.
19. 27 спортсменов пишут директорскую контрольную работу по физкультуре. Сколькими способами можно поставить им оценки 5, 4, 3, 2, 1?

20. Вычислите:

а) $\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} - 8^{-1\frac{2}{3}} + (12^0)^2 \cdot 7 + 32 \cdot 2^{-4} \cdot 16^{-\frac{3}{2}}$

б) $81^{0,75} \cdot 32^{-0,4} - 8^{-\frac{2}{3}} \cdot 27^{\frac{1}{3}} + 256^{0,5}$

21. Решите иррациональные уравнения:

а) $\sqrt{x+10} + \sqrt{2x+22} = 3$;

б) $x+1 = \sqrt[3]{x^3+2x^2+x}$.

22. Решите систему иррациональных уравнений:
$$\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 4 \\ 2\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 18 \end{cases}$$

23. Доказать что ABCD – квадрат, если: A (-6; -6; 6), B (-4; -1; -8), C (6; 9; -3), D (4; 4; 11).

24. Даны векторы $\vec{p} = -5\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} - \vec{c}$ и $\vec{q} = 2\vec{a} - 7\vec{b} + \vec{c}$. Определить координаты этих векторов, их длины и скалярное произведение, если: $\vec{a}\{1; -2; 8\}$, $\vec{b}\{3; 5; -1\}$, $\vec{c}\{1; -6; 5\}$.

25. Банковская процентная ставка равна 8% годовых. Какова должна быть первоначальная сумма вклада, чтобы через 2 года его размер составил 29160 рублей.

26. Найти первообразную функции в общем виде

а) $y = 4x - 5$,

б) $y = 9(7 + 3x)^3$,

в) $y = 0,5x + 2 - 0,2x^4$.

27. Вычислите интегралы:

а) $\int_0^1 x^7 dx$

б) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin \frac{x}{2} dx$

28. Дана функция $y = x^3 - 3x^2 + 4$. Найдите:

а) промежутки возрастания и убывания функции;

б) точки экстремума;

в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1; 4]$.

Задания для самостоятельной работы

Теоретические вопросы

1. Математика в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Цели и задачи изучения математики
2. Натуральные, целые и рациональные числа. Представление рациональных чисел десятичными дробями.
3. Периодические дроби. Обращение периодической дроби в обыкновенную. Действительные числа.
4. Комплексные числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Геометрическое изображение комплексных чисел.
5. Проценты. Процентные вычисления в профессиональных задачах.
6. Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства
7. Геометрия на плоскости
8. Предмет стереометрии. Аксиомы стереометрии. Некоторые следствия из аксиом. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
9. Параллельность прямой и плоскости в пространстве. Параллельность плоскостей.
10. Признаки взаимного расположения прямых. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямых и плоскостей.
11. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная.
12. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Угол между плоскостями.
13. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Теоремы о взаимном расположении прямой и плоскости. Теорема о трех перпендикулярах.
14. Признаки и свойства перпендикулярных плоскостей. Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями, между скрещивающимися прямыми.
15. Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве.
16. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам.
17. Действия с векторами, заданными координатами
18. Угол между двумя векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов.
19. Радианная мера угла. Вращательное движение. Единичная окружность. Числовая окружность на плоскости.
20. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.
21. Тригонометрические функции числового и углового аргумента.

22. Формулы приведения. Тригонометрические тождества и формулы. Преобразования тригонометрических выражений.
23. Формулы сложения. Формулы двойного и тройного аргумента. Преобразования простейших тригонометрических выражений.
24. Тригонометрические функции их свойства и графики.
25. Решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств. Методы решения тригонометрических уравнений
26. Обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс.
27. Приращение функции. Понятие о производной функции, ее механический, геометрический и физический смысл.
28. Уравнение касательной к графику функции. Приближенные вычисления.
29. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций.
30. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.
31. Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции.
32. Определение первообразной. Основное свойство первообразной. Правила нахождения первообразных.
33. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница
34. Неопределенный и определенный интеграл.
35. Обобщение понятия степени. Корень n -ой степени и его свойства.
36. Степени с рациональными и действительными показателями, их свойства.
37. Вычисление и сравнение корней и степеней. Выполнение расчетов с радикалами. Нахождение значений степеней с рациональными показателями.
38. Методы решения иррациональных уравнений и систем иррациональных уравнений.
39. Степенные функции их свойства и графики.
40. Дифференцирование и интегрирование степенной функции с рациональным показателем.
41. Преобразования графиков. Параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и начала координат, прямой $y = x$, растяжение и сжатие вдоль осей координат.
42. Монотонность, четность, нечетность, ограниченность, периодичность. Промежутки возрастания и убывания. Наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума.
43. Показательная функция ее свойства и график. Показательные уравнения и неравенства, методы и примеры их решения.

44. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Десятичные и натуральные логарифмы.
45. Правила действий с логарифмами, свойства. Переход к новому основанию. Логарифмирование и потенцирование выражений.
46. Преобразование степенных, показательных и логарифмических выражений.
47. Логарифмическая функция определение, свойства и графики. Логарифмические уравнения и неравенства, методы и примеры их решения
48. Основные понятия комбинаторики. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля
49. Область определения и множество значений. График функции.
50. Обратные функции. График обратной функции.
51. Призма. Прямая призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.
52. Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр.
53. Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию.
54. Сфера и шар. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Площадь сферы. Касательная плоскость к сфере.
55. Объем и его измерение. Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра, пирамиды и конуса.
56. Основные понятия: событие, вероятность события.
57. Сложение и умножение вероятностей.
58. Классическое определение вероятности, свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей. Вычисление вероятностей. Прикладные задачи.
59. Совместные и несовместные события. Теоремы о вероятности суммы событий. Условная вероятность
60. Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности события
61. Виды случайных величин. Определение дискретной случайной величины.
62. Первичная обработка статистических данных. Числовые характеристики
63. Работа с таблицами, графиками, диаграммами
64. Виды событий, вероятность событий. Сложение и умножение вероятностей

Практические задания

1. При каких значениях переменной имеет смысл выражение $\frac{4}{x-3}$?
2. Сократите дробь:
 - 1) $\frac{10m^8n^3}{15m^4n^4}$; 2) $\frac{14xy-21y}{7xy}$; 3) $\frac{m^2-9}{2m+6}$; 4) $\frac{a^2-12a+36}{36-a^2}$.
3. Выполните вычитание:

- 1) $\frac{y-8}{2y} - \frac{3-4y}{y^2}$; 3) $\frac{b}{b+1} - \frac{b^2}{b^2-1}$;
- 2) $\frac{7}{a} - \frac{56}{a^2+8a}$; 4) $3x - \frac{15x^2}{5x+2}$.
4. Упростите выражение:
- 1) $\frac{a+9}{3a+9} - \frac{a+3}{3a-9} + \frac{13}{a^2-9}$; 2) $\frac{4b^3+8b}{b^3-8} - \frac{2b^2}{b^2+2b+4}$.
5. Известно, что $\frac{a-3b}{b} = 4$. Найдите значение выражения: $\frac{4a+5b}{a}$
6. Упростите: а) $a^{2,3} \cdot a^{1,1}$; б) $3a^{2,4} + 2(a^{1,2})^2$.
7. Найдите значение выражения $\frac{5^{6a}}{25^a}$ при $a = \frac{1}{4}$.
8. Найдите наименьшее из указанных: $\sqrt[3]{4}; 16^{\frac{1}{2}}; 0,5^{-1}; 8^{-3}$.
9. Упростите выражение $\frac{(2a^{0,25})^2 \cdot 0,5a^{1,5}}{a^3}$.
10. Упростите выражение $\frac{(-2ab^2)^3 \cdot (-a^3b)^2}{4b \cdot (a^2b)^2}$ и найдите его значение при $a = -\frac{5}{6}, b = 1,2$.
11. Вычислите: $\frac{2 \cdot \sqrt{128}}{\sqrt{32}}$.
12. Найдите значения выражений: а) $\sqrt{25 \cdot 81}$; б) $\sqrt[2]{\sqrt[3]{10^{24}}}$.
13. Упростите: а) $\frac{\sqrt[5]{24} \cdot \sqrt[5]{20}}{\sqrt[5]{15}}$, б) $\sqrt[3]{3^4 \cdot \sqrt[5]{3^{10}}}$.
14. Вычислите: А) $0,5\sqrt{0,04} + \frac{1}{6}\sqrt{144}$ Б) $1,5 - 7\sqrt{\frac{25}{49}}$ В) $(2\sqrt{1,5})^2$.
15. Выполните действия: $(4\sqrt{3} - 2\sqrt{5}) \cdot \sqrt{3} + \sqrt{60}$.
16. Найдите производную функции $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$
17. Вычислите интеграл $\int (2x + 3)dx$.
18. Решите уравнение $2x^2 - 5x + 2 = 0$.
19. Постройте график функции $y = x^2 - 4x + 3$ и найдите её вершину.
20. Найдите область определения функции $y = x - 2$.
21. Решите неравенство $3x - 7 > 2x + 1$.
22. Вычислите значение выражения $\log_2 32$.
23. Найдите сумму арифметической прогрессии: $2, 5, 8, \dots, 29$.
24. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x + y = 52 \\ x - y = 1 \end{cases}$.
25. Решите задачу на проценты: цена товара увеличилась на 20%, а затем снизилась на 20%. Как изменилась цена?

26. Найдите сумму всех чётных чисел от 2 до 100.
27. Докажите, что произведение двух последовательных целых чисел чётно.
28. Имеются два варианта вложения капитала на 2 года. Согласно первому варианту исходный капитал на первый год увеличится на 50%, а за второй год вся сумма увеличится на 10%. Для второго варианта рост капитала составит каждый год 30% от суммы предыдущего года. Какой вариант лучше?
29. Клиент банка получил от помещения денег на депозит на год 900 долл. Какая сумма была помещена на депозит, если индекс роста ее за это время составил 1,4?
30. Индекс роста вклада за четыре квартала, следующие друг за другом, составили 1,15; 1,1; 1,12 и 1,05. На сколько процентов за это время увеличился вклад? Определите учетную ставку и дисконт-фактор: а - за полгода, б - за год.
31. Партия товара была куплена предпринимателем за 200 тыс. руб., а продана за 325 тыс. руб. Сколько процентов прибыли получил предприниматель?
32. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = 3 - \frac{1}{2}x$.
33. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = -x^2 + 2x - 3$.
34. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = 4x - 5$.
35. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = 5x^2 - 3x + 1$.
36. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = 12x + 3x^2 - 2x^3$.
37. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = 4 - x^4$.
38. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = x \cdot (x^2 - 12)$.
39. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = \frac{3}{x^2}$.
40. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ и постройте ее график.
41. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = 4x^3 - 1,5x^4$ и постройте ее график.
42. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = 2 + 9x + 3x^2 - x^3$ и постройте ее график.
43. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = x^4 - 2x^2$ и постройте ее график.
44. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$, в точке $M(3; -2)$.
45. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = x^2 + 4x + 6$, проходящей через точку $A(-3; -1)$.
46. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2\sqrt{7 - 2x}$, проходящей через точку с абсциссой $x_0 = 3$.
47. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 3x^2 + x + 7$, параллельной прямой $y = -2x + 1$.

48. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \sqrt{2-5x}$, в точке пересечения этой кривой, с осью ординат.

49. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{x^3+1}{3}$, в точке пересечения этой кривой, с осью абсцисс.

50. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = \sin^2(3x)$, проходящей через точку с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{12}$.

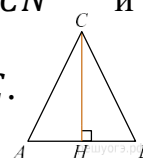
51. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$, в точке пересечения этой кривой, с осью абсцисс.

52. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = \sin 2x$, проходящей через точку с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{12}$.

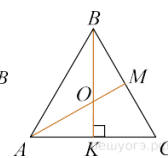
Напишите уравнение касательной к графику функции $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, проходящей через точку с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

53. В равностороннем треугольнике ABC биссектрисы CN и AM пересекаются в точке P . Найдите $\angle MPN$.

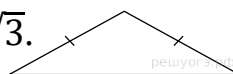
54. В равнобедренном треугольнике ABC : $AC = BC$. Найдите AC , если высота $CH = 12$, $AB = 10$.



55. В равностороннем треугольнике ABC медианы BK и AM пересекаются в точке O . Найдите $\angle AOK$.



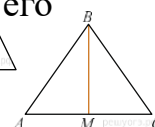
56. Площадь равнобедренного треугольника равна $196\sqrt{3}$. Угол, лежащий напротив основания равен 120° . Найдите длину боковой стороны.



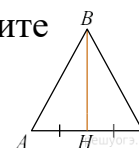
57. Высота равностороннего треугольника равна $15\sqrt{3}$. Найдите его периметр.



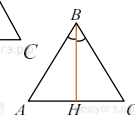
58. В треугольнике ABC : $AB = BC = 53$, $AC = 56$. Найдите длину медианы BM .



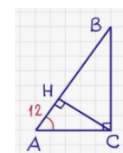
59. Сторона равностороннего треугольника равна $16\sqrt{3}$. Найдите медиану этого треугольника.



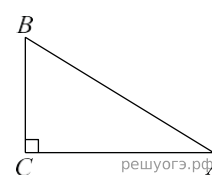
60. Биссектриса равностороннего треугольника равна $11\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.



61. В треугольнике ABC : угол C равен 90° , CH – высота $AH = 12$, $\cos A = \frac{2}{3}$. Найдите AB .



62. В треугольнике ABC : $AC = 24$, $BC = \sqrt{265}$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



63. Упростите выражение: $\left(\frac{x}{x^2-4} - \frac{8}{x^2+2x}\right) \cdot \frac{x^2-2x}{4-x} + \frac{x+8}{x+2}$.